

ЩЕ ИЗЧЕЗНЕ ЛИ БЪЛГАРСКАТА НАЦИЯ ПРЕЗ ХХІ ВЕК?

гл. ас. д-р Стефан Василев Стефанов
катедра "Математика и статистика"
Стопанска академия "Д. А. Ценов" - Свищов

(Продължение от брой 2, стр. 140-165)

Abstract: The present paper focuses on the fluctuations of the main demographic variables of the Bulgarian nation during its transition to a free-market economy and its integration with the developed European countries. This process of integration means to increase the economic level and to adopt a new model of development of the country's economy, which will result in better demographic variables and will help the country survive in the 21st century in spite of the difficulties it faces at present.

This study makes use of the regression method of statistical analysis for the leveling in a straight line (linear function) and in a parable (square function) of the population rate, birth rate, death rate, increase in the population of the country between 1992 and 1999 and between 1992 and 2000. To make the forecasts of these variables we use the one which shows a smaller mean quadratic error. We have come to particular conclusions based on reliable data, published in specialized newsletters of the National Institute of Statistics and on comparisons of the results of the forecasts that have been made applying the regression method of statistical analysis.

JEL classification: C0, J10, J11, J17

Key words: fluctuation, population, free-market economy, demographic variables, regression method of statistical analysis

Резюме: В работата се разглеждат измененията на основните демографски показатели на българската нация при прехода ѝ към пазарна икономика и интегрирането ѝ към икономически развитите страни на Европа. Присъединяването ѝ се очаква да бъде процес на повишаване икономическото равнище и възприемане на нов модел за развитие на икономиката на страната, което ще доведе до подобряване на демографските ѝ показатели и ще спомогне за запазването и оцеляването ѝ през ХХІ век, въпреки изпитваните трудности понастоящем.

Прилага се регресионния статистически анализ за изглаждане по права линия (линейна функция) и по парабола (квадратна функция) на броя на населението, на коефициентите на раждаемост, смъртност и естествен прираст на населението на страната за периода 1992-1999 г. и отделно за периода 1992-2000 г. и използване при прогнозирането на тези показатели на онази от тях, която дава по-малка средна квадратична (стандартна) грешка. Направени са конкретни изводи на основата на ползваните реални данни, публикувани в специализираните издания на НСИ, и получените резултати от извършените прогнози чрез приложението на регресионния статистически анализ се сравняват с тези данни.

Известно безпокойство относно бъдещото развитие на населението на страната породиха наблюдаваните през последното десетилетие резки демографски промени. Това повиши неимоверно много интереса към демографските проблеми.

Прогнозирането на населението има за задача да оцени броя и състава на населението по различни признаци в някакъв бъдещ момент при приемане за основа на определени хипотези. Във връзка с това се правят оценки за развитието в перспектива на раждаемостта, смъртността, плодовитостта, брачността, миграциите и др.

В *първа* част¹ на работата се направи краткосрочна прогноза (до 2005 г.) за изменението в бъдеще на броя на населението, раждаемостта, смъртността и естествения прираст на населението по данни за него за периода 1992-2000 г. В настоящата *втора* част се прави такава за изменението на показателите: 5) отношение на населението в село/град; 6) средна възраст на населението на страната; 7) половото съотношение на населението (жени на 1000 мъже); 8) тоталния коефициент на плодовитост; 9) общата плодовитост; 10) средна възраст на майката при раждане на първо дете; 11) брачност; 12) нето-коефициента за възпроизводство на населението.

5. Прогнозиране изменението на отношението на населението в село/град до 2005 г.

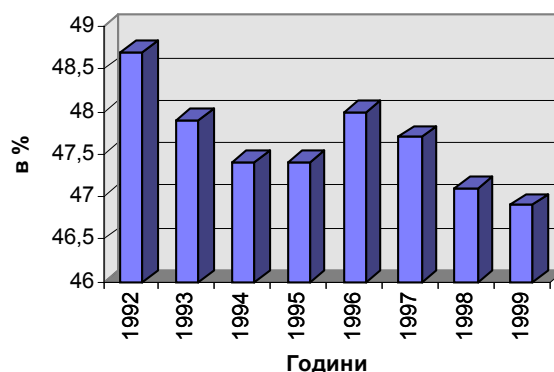
Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по права линия при изменение отношението на населението в село/град $[O(t)]$ (броят на живеещите селата в отношение към броя на живеещите в градовете) по данни от втория ред на табл. 25, са дадени в табл. 26 и графично на граф. 5:

Таблица 25

Отношение на населението в село/град за периода 1992-1999 г.

Показател / Год.	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Отн. нас. село/град(в %)	48,7	47,9	47,4	47,4	48,0	47,7	47,1	46,9

Отношение на населението в село/град за периода 1992-1999 г.



¹ С т е ф а н о в, С. В. Ще изчезне ли българската нация през XXI век? Ел. сп. “Диалог”, бр. 2, Свищов, 2002, с. 140-165

Графика 5

Таблица 26

РЕАЛНИ И ИЗГЛАДЕНИ СТОЙНОСТИ ЗА O(t) И СУМАРНА ГРЕШКА

Год.	t	O(t)	t.O(t)	O(t)*	O(t)*- O(t)	[O(t)*- O(t)] ²
1992	1	48,7	48,7	48,2660	-0,4340	0,188356
1993	2	47,9	95,8	48,0868	0,1868	0,034894
1994	3	47,4	142,2	47,9070	0,3857	0,148764
1995	4	47,4	189,6	47,7272	0,5070	0,257049
1996	5	48,0	240,0	47,5474	-0,4526	0,204847
1997	6	47,7	286,2	47,3676	-0,3324	0,110490
1998	7	47,1	329,7	47,1878	0,0878	0,007709
1999	8	46,9	375,2	47,0080	0,1080	0,011664
Общо	36	381,1	1707,4	381,0978	0,1169	0,921555

Нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 26, има вида:

$$\begin{cases} 36.a + 8.b = 381,1 \\ 204.a + 36.b = 1707,4 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-0,1798$, $b=48,4464$.

Тогава линейната функция, използвана за изглаждане стойностите на отношението на броя на населението в село/град, е $y=-0,1798.t+48,4464$. При заместване в получената линейна (от първа степен) функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените чрез нея стойности:

$$\begin{aligned} y(1)_{1992} &= -0,1798.1 + 48,4464 = 48,2660 \quad (\approx 48,3\%); \\ y(2)_{1993} &= -0,1798.2 + 48,4464 = 48,0868 \quad (\approx 48,1\%); \\ y(3)_{1994} &= -0,1798.3 + 48,4464 = 47,9070 \quad (\approx 47,9\%); \\ y(4)_{1995} &= -0,1798.4 + 48,4464 = 47,7272 \quad (\approx 47,7\%); \\ y(5)_{1996} &= -0,1798.5 + 48,4464 = 47,5474 \quad (\approx 44,5\%); \\ y(6)_{1997} &= -0,1798.6 + 48,4464 = 47,3676 \quad (\approx 47,4\%); \\ y(7)_{1998} &= -0,1798.7 + 48,4464 = 47,1878 \quad (\approx 47,2\%); \\ y(8)_{1999} &= -0,1798.8 + 48,4464 = 47,0080 \quad (\approx 47,0\%); \end{aligned}$$

Същите са представени в колона пета на табл. 26. В колона шеста са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона седма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=0,921555$, получена в последния ред на колона седма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s) се определя по формула (3). Тогава стандартната грешка при линейно изглаждане е

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,921555}{8}} = 0,339402.$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по крива линия от втора степен (квадратна функция) при изменение на

отношението на населението в село/град $[O(t)]$ по данни от втория ред на табл. 25, са дадени в колона трета на табл. 27:

Таблица 27

Реални и изгладени стойности за $O(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	O(t)	t ²	t.O(t)	O(t)*	O(t)*- O(t)	[O(t)*- O(t)] ²
1992	1	48,7	1	48,7	48,3459	-0,3541	0,1253868
1993	2	47,9	4	95,8	48,0983	0,1983	0,0393228
1994	3	47,4	9	142,2	47,8733	0,4733	0,2240128
1995	4	47,4	16	189,6	47,6709	0,2709	0,0733868
1996	5	48,0	25	240,0	47,4911	-0,5089	0,2589792
1997	6	47,7	36	286,2	47,3339	-0,3610	0,1303210
1998	7	47,1	49	329,7	47,1993	0,0993	0,0098604
1999	8	46,9	64	375,2	47,0873	0,1873	0,0350812
Общо	36	381,1	204	1707,4	381,1000	0,0051	0,9000579

Нормалната система уравнения, чиито коефициенти са елементи на втора, трета и четвърта колона от последния ред на табл. 27, има вида:

$$\begin{cases} 204.a + 36.b + 8.c = 381,1 \\ 1296.a + 204.b + 36.c = 1707,4 \\ 8772.a + 1296.b + 204.c = 9652,0 \end{cases}$$

решенията на която са $a=0,0113$, $b=-0,2815$ и $c=48,6161$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане на стойностите на отношението село/град на населението, е $y=0,0113.t^2-0,2815.t+48,6161$.

При заместване в намерената функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените стойности:

$$\begin{aligned} y(1)_{1992} &= 0,0113.1^2 - 0,2815.1 + 48,6161 = 48,3459 \quad (\approx 48,3\%); \\ y(2)_{1993} &= 0,0113.2^2 - 0,2815.2 + 48,6161 = 48,0983 \quad (\approx 48,1\%); \\ y(3)_{1994} &= 0,0113.3^2 - 0,2815.3 + 48,6161 = 47,8733 \quad (\approx 47,9\%); \\ y(4)_{1995} &= 0,0113.4^2 - 0,2815.4 + 48,6161 = 47,6709 \quad (\approx 47,7\%); \\ y(5)_{1996} &= 0,0113.5^2 - 0,2815.5 + 48,6161 = 47,4911 \quad (\approx 47,5\%); \\ y(6)_{1997} &= 0,0113.6^2 - 0,2815.6 + 48,6161 = 47,3339 \quad (\approx 47,3\%); \\ y(7)_{1998} &= 0,0113.7^2 - 0,2815.7 + 48,6161 = 47,1993 \quad (\approx 47,2\%); \\ y(8)_{1999} &= 0,0113.8^2 - 0,2815.8 + 48,6161 = 47,0873 \quad (\approx 47,1\%); \end{aligned}$$

Същите са представени в колона шеста на табл. 27. В колона седма са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона осма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията $u=0,9000579$, е получена в последния ред на колона осма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s), получена по показаната формула (3), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,9000579}{8}} = 0,335421.$$

След сравняване на двете стандартни грешки ($0,339402 > 0,335421$) се установява, че по-малка е тази при изглаждане по квадратна функция. Това показва, че изгладените посредством нея стойности са по-близки до реалните стойности за отношението на населението в село/град. Следователно е удачно да се използва същата за прогнозиране на това отношение за следващите например шест години. За целта заместваме в квадратната функция t със значенията 9, 10, 11, 12, 13 и 14 за да намерим прогнозните резултати за всяка от годините от 2000 до 2005 г. Данните за 2000 и 2001 г. не са публикувани до настоящия момент и затова ги включваме към годините, за които ще се прави прогноза:

$$\begin{aligned}
 y(9) &= O(9)_{2000} = 0,0113 \cdot 9^2 - 0,2815 \cdot 9 + 48,6161 = 46,9979 \quad (\approx 47,0\%); \\
 y(10) &= O(10)_{2001} = 0,0113 \cdot 10^2 - 0,2815 \cdot 10 + 48,6161 = 46,9311 \quad (\approx 46,9\%); \\
 y(11) &= O(11)_{2002} = 0,0113 \cdot 11^2 - 0,2815 \cdot 11 + 48,6161 = 46,8869 \quad (\approx 46,9\%); \\
 y(12) &= O(12)_{2003} = 0,0113 \cdot 12^2 - 0,2815 \cdot 12 + 48,6161 = 46,8653 \quad (\approx 46,9\%); \\
 y(13) &= O(13)_{2004} = 0,0113 \cdot 13^2 - 0,2815 \cdot 13 + 48,6161 = 46,8663 \quad (\approx 46,9\%); \\
 y(14) &= O(14)_{2005} = 0,0113 \cdot 14^2 - 0,2815 \cdot 14 + 48,6161 = 46,8889 \quad (\approx 46,9\%).
 \end{aligned}$$

Получената прогнозна стойност за отношението на населението в село/град за 2000 г. е 46,9979%, а публикуваното е 46,9%, което показва несъществено отклонение от 0,0979% и следователно получената квадратна функция може да се използва за прогнозна дейност. Прогнозните резултати показват тенденция на несъществено намаляване на отношението на населението в село/град за всяка от тези години. Резултатите показват още, че може да се очаква промяна към макар и към слабо повишение през 2004 г., т.е. че населението в селата ще започне да нараства в сравнение с това, живеещо в градовете.

6. Прогнозиране изменението на средната възраст на населението на страната до 2005 г.

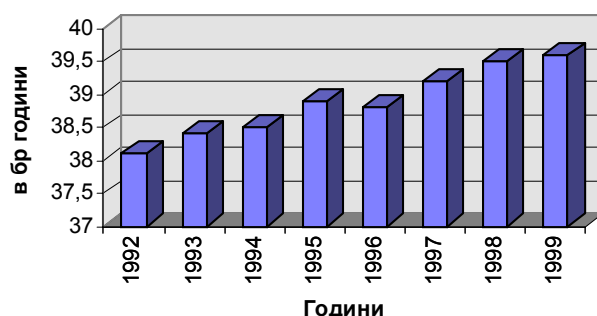
Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по права линия при изменение средната възраст на населението $[SV(t)]$ по данни от втория ред на табл. 28, са дадени в колона трета на табл. 29 и графично на граф. 6:

Таблица 28

Средна възраст на населението за периода 1992-1999 г.

Показател / Год.	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Средна възраст (в год.)	38,1	38,4	38,5	38,9	38,8	39,2	39,5	39,6

Средна възраст на населението за периода 1992-1999 г.



Графика 6

Таблица 29

Реални и изгладени стойности за SV(t) и сумарна грешка

Год.	t	SV(t)	t.SV(t)	SV(t)*	SV(t)*- SV(t)	[SV(t)*-SV(t)] ²
1992	1	38,1	38,1	38,1333	0,0333	0,0011088
1993	2	38,4	76,8	38,3416	-0,0584	0,0034105
1994	3	38,5	115,5	38,5499	0,0499	0,0024900
1995	4	38,9	155,6	38,7582	-0,1418	0,0201072
1996	5	38,8	194,0	38,9665	0,1665	0,0277222
1997	6	39,2	235,2	39,1748	-0,0252	0,0006350
1998	7	39,4	275,8	39,3831	-0,0169	0,0002856
1999	8	39,6	316,8	39,5914	-0,0088	0,0000739
Общо	36	310,9	1407,8	310,9278	0,0000	0,0558327

Нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 29, има вида:

$$\begin{cases} 36.a + 8.b = 310,9 \\ 204.a + 36.b = 1407,8 \end{cases}$$

решенията на която са $a=0,2083$, $b=37,925$.

Тогава линейната функция, използвана за изглаждане стойностите на отношението на броя на населението в село/град, е $y=0,2083.t+37,925$. При заместване в получената линейна (от първа степен) функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените чрез нея стойности:

$$\begin{aligned} y(1) &= SV(1)_{1992} = 0,2083.1 + 37,925 = 38,1333 \quad (\approx 38,1 \text{ г.}); \\ y(2) &= SV(2)_{1993} = 0,2083.2 + 37,925 = 38,3416 \quad (\approx 38,3 \text{ г.}); \\ y(3) &= SV(3)_{1994} = 0,2083.3 + 37,925 = 38,5499 \quad (\approx 38,5 \text{ г.}); \\ y(4) &= SV(4)_{1995} = 0,2083.4 + 37,925 = 38,7582 \quad (\approx 38,8 \text{ г.}); \\ y(5) &= SV(5)_{1996} = 0,2083.5 + 37,925 = 38,9665 \quad (\approx 39,0 \text{ г.}); \\ y(6) &= SV(6)_{1997} = 0,2083.6 + 37,925 = 39,1748 \quad (\approx 39,2 \text{ г.}); \\ y(7) &= SV(7)_{1998} = 0,2083.7 + 37,925 = 39,3831 \quad (\approx 39,4 \text{ г.}); \\ y(8) &= SV(8)_{1999} = 0,2083.8 + 37,925 = 39,5914 \quad (\approx 39,6 \text{ г.}). \end{aligned}$$

Същите са представени в колона пета на табл. 29. В колона шеста са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона седма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=0,0558327$, получена в последния ред на колона седма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s) се определя по формула (3). Тогава стандартната грешка при линейно изглаждане е

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,0558327}{8}} = 0,083541.$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по крива линия от втора степен (квадратна функция) при изменение на средната възраст на населението в страната $[SV(t)]$ по данни от втория ред на табл. 28, са дадени в колона трета на табл. 30:

Таблица 30

Реални и изгладени стойности на SV(t) и сумарна грешка

Год.	t	SV(t)	t ²	t.SV(t)	SV(t)*	SV(t)*- SV(t)	[SV(t)*- SV(t)] ²
1992	1	38,1	1	38,1	38,1429	0,0429	0,0018404
1993	2	38,4	4	76,8	38,3423	-0,0577	0,0033292
1994	3	38,5	9	115,5	38,5483	0,1483	0,0219928
1995	4	38,9	16	155,6	38,7555	-0,1445	0,0208802
1996	5	38,8	25	194,0	38,9639	0,1639	0,0268632
1997	6	39,2	36	235,2	39,1735	-0,2650	0,0007022
1998	7	39,4	49	275,8	39,3843	-0,0157	0,0002464
1999	8	39,6	64	316,8	39,5963	-0,0037	0,0000136
Общо	36	310,9	204	1407,8	310,9000	0,0056	0,9000579

Нормалната система уравнения, чиито коефициенти са елементи на втора, трета и четвърта колона от последния ред на табл. 30, има вида:

$$\begin{cases} 204.a + 36.b + 8.c = 310,9 \\ 1296.a + 204.b + 36.c = 1407,8 \\ 8772.a + 1296.b + 204.c = 8006,8 \end{cases}$$

решенията на която са $a=0,0006$, $b=-0,2030$ и $c=37,9339$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане на стойностите на средната възраст на населението, е $y=0,0006.t^2-0,2030.t+37,9339$.

При заместване в намерената функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените стойности:

$$\begin{aligned} y(1) &= SV(1)_{1992} = 0,0006.1^2 - 0,2030.1 + 37,9339 = 38,1429 \quad (\approx 38,1 \text{ г.}); \\ y(2) &= SV(2)_{1993} = 0,0006.2^2 - 0,2030.2 + 37,9339 = 38,3423 \quad (\approx 38,3 \text{ г.}); \\ y(3) &= SV(3)_{1994} = 0,0006.3^2 - 0,2030.3 + 37,9339 = 38,5483 \quad (\approx 38,5 \text{ г.}); \\ y(4) &= SV(4)_{1995} = 0,0006.4^2 - 0,2030.4 + 37,9339 = 38,7555 \quad (\approx 38,8 \text{ г.}); \\ y(5) &= SV(5)_{1996} = 0,0006.5^2 - 0,2030.5 + 37,9339 = 38,9639 \quad (\approx 39,0 \text{ г.}); \\ y(6) &= SV(6)_{1997} = 0,0006.6^2 - 0,2030.6 + 37,9339 = 39,1735 \quad (\approx 39,2 \text{ г.}); \end{aligned}$$

$$y(7) = SV(7)_{1998} = 0,0006 \cdot 7^2 - 0,2030 \cdot 7 + 37,9339 = 39,3843 \quad (\approx 39,4 \text{ г.});$$

$$y(8) = SV(8)_{1999} = 0,0006 \cdot 8^2 - 0,2030 \cdot 8 + 37,9339 = 39,5963 \quad (\approx 39,6 \text{ г.});$$

Същите са представени в колона шеста на табл. 30. В колона седма са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона осма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията $u=0,0557739$, е получена в последния ред на колона осма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s), получена по показаната формула (3), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,0557739}{8}} = 0,083497.$$

След сравняване на двете стандартни грешки ($0,083541 > 0,083497$) се установява, че по-малка е тази при изглаждане по квадратна функция. Това показва, че изгладените посредством нея стойности са по-близки до реалните стойности за средната възраст на населението в страната. Следователно е удачно да се използва същата за прогнозиране на средната възраст на населението на страната за следващите например шест години. За целта заместваме в квадратната функция t със значенията 9, 10, 11, 12, 13 и 14 за да намерим прогнозните резултати за всяка от годините от 2000 до 2005 г. Данните за 2000 и 2001 г. не са публикувани до настоящия момент и затова ги включваме към годините, за които ще се прави прогноза:

$$y(9) = SV(9)_{2000} = 0,0006 \cdot 9^2 - 0,2030 \cdot 9 + 37,9339 = 39,8095 \quad (\approx 39,8 \text{ г.});$$

$$y(10) = SV(10)_{2001} = 0,0006 \cdot 10^2 - 0,2030 \cdot 8 + 37,9339 = 40,0239 \quad (\approx 40,0 \text{ г.});$$

$$y(11) = SV(11)_{2002} = 0,0006 \cdot 11^2 - 0,2030 \cdot 8 + 37,9339 = 40,2395 \quad (\approx 40,2 \text{ г.});$$

$$y(12) = SV(12)_{2003} = 0,0006 \cdot 12^2 - 0,2030 \cdot 8 + 37,9339 = 40,4563 \quad (\approx 40,5 \text{ г.});$$

$$y(13) = SV(13)_{2004} = 0,0006 \cdot 13^2 - 0,2030 \cdot 8 + 37,9339 = 40,6743 \quad (\approx 40,7 \text{ г.});$$

$$y(14) = SV(14)_{2005} = 0,0006 \cdot 14^2 - 0,2030 \cdot 8 + 37,9339 = 40,8935 \quad (\approx 40,9 \text{ г.});$$

Получената прогнозна стойност за средната възраст на населението в страната за 1999 г. е 39,6 г. и реалната е 39,6 г., което показва пълно съвпадение и следователно получената квадратна функция може да се използва за прогнозна дейност. Прогнозните резултати показват тенденция на непрекъснато макар и бавно нарастване на средната възраст на населението в страната за всяка от годините на периода до 2005 г. Това е неблагоприятен момент понеже във високите възрастови групи раждаемостта е по-ниска, смъртността по-висока, което влияе отрицателно върху възпроизводството на населението на страната.

4. Прогнозиране изменението на половото съотношение на населението (жени на 1000 мъже)

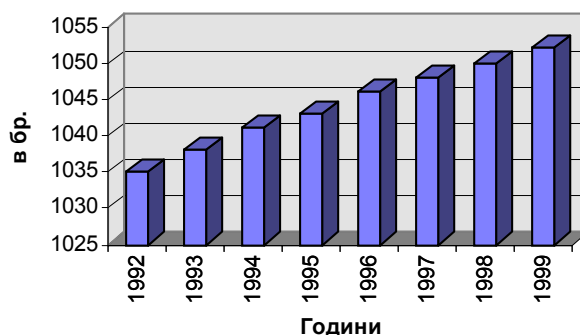
Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по *права линия* при изменение половото съотношение на населението $[PS(t)]$ по данни от втория ред на табл. 31, са дадени в колона трета на табл. 32 и графично на граф. 7:

Таблица 31

Полово съотношение (жени на 1000 мъже) на населението на България за периода 1992-1999 г.

Показател / Год.	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Пол. съотнош. (в бр.)	1035	1038	1041	1043	1046	1048	1050	1052

Полово съотношение (жени на 1000 маже) на населението за периода 1992-1999 г.



Графика 7

Таблица 32

Реални и изгладени стойности за PS(t) и сумарна грешка

Год.	t	PS(t)	t.PS(t)	PS(t)*	PS(t)*- PS(t)	[PS(t)*- PS(t)] ²
1992	1	1035	1035	1035,6667	0,6667	0,4444888
1993	2	1038	2076	1038,0834	0,0834	0,0069555
1994	3	1041	3123	1040,5001	-0,4999	0,2499000
1995	4	1043	4172	1042,9168	-0,0832	0,0069222
1996	5	1046	5230	1045,3335	-0,6665	0,4442222
1997	6	1048	6288	1047,7502	-0,2498	0,0624000
1998	7	1050	7350	1050,1669	0,1669	0,0278556
1999	8	1052	8416	1052,5836	0,5836	0,3405889
Общо	36	8353	37690	8353,0112	0,0000	1,58333150

Нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 32, има вида:

$$\begin{cases} 36.a + 8.b = 8353,0 \\ 204.a + 36.b = 37690,0 \end{cases}$$

решенията на която са $a=2,4167$, $b=1033,25$.

Тогава линейната функция, използвана за изглаждане на стойностите на броя на населението, е $y=2,4167.t+1033,25$. При заместване в получената линейна (от първа степен) функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените чрез нея стойности:

$$y(1)= PS(1)_{1992}=2,4167.1+1033,25=1035,6667 \quad (\approx 1036 \text{ бр.});$$

$$y(2)= PS(2)_{1993}=2,4167.2+1033,25=1038,0834 \quad (\approx 1038 \text{ бр.});$$

$$\begin{aligned}
 y(3) &= PS(3)_{1994} = 2,4167.3 + 1033,25 = 1035,5001 \quad (\approx 1041 \text{ бр.}); \\
 y(4) &= PS(4)_{1995} = 2,4167.4 + 1033,25 = 1042,9168 \quad (\approx 1043 \text{ бр.}); \\
 y(5) &= PS(5)_{1996} = 2,4167.5 + 1033,25 = 1045,3335 \quad (\approx 1045 \text{ бр.}); \\
 y(6) &= PS(6)_{1997} = 2,4167.6 + 1033,25 = 1047,7502 \quad (\approx 1048 \text{ бр.}); \\
 y(7) &= PS(7)_{1998} = 2,4167.7 + 1033,25 = 1050,1669 \quad (\approx 1050 \text{ бр.}); \\
 y(8) &= PS(8)_{1999} = 2,4167.8 + 1033,25 = 1052,5836 \quad (\approx 1053 \text{ бр.}).
 \end{aligned}$$

Същите са представени в колона пета на табл. 32. В колона шеста са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона седма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=1,5833315$, получена в последния ред на колона седма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s)

се получава по формулата $s = \sqrt{\frac{u}{n}}$, където u е сумата от вторите степени на отклоненията, а n е броя годините от периода на изследване показателите за населението. Тогава за стандартната грешка при линейно изглаждане се получава

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{1,5833315}{8}} = 0,444878.$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по *крива линия от втора степен (квадратна функция)* при изменение на половото съотношение (жени на 1000 мъже) на населението $[PS(t)]$ по данни от втория ред на табл. 31, са дадени в табл. 33:

Таблица 33

Реални и изгладени стойности за PS(t) и сумарна грешка

Год.	t	PS(t)	t ²	t.PS(t)	PS(t)*	PS(t)*- PS(t)	[PS(t)*- PS(t)] ²
1992	1	1035	1	1035	1035,0417	0,0417	0,0017388
1993	2	1038	4	2076	1037,9940	-0,0060	0,0000360
1994	3	1041	9	3123	1040,7677	-0,2323	0,0539632
1995	4	1043	16	4172	1043,3628	0,3628	0,1316238
1996	5	1046	25	5230	1045,7793	-0,2207	0,0487084
1997	6	1048	36	6288	1048,0172	0,0172	0,0023725
1998	7	1050	49	7350	1050,0765	0,0765	0,0058522
1999	8	1052	64	8416	1051,9572	-0,0428	0,0018318
Общо	36	8353	204	37690	8353,0974	0,0064	0,2440489

Нормалната система уравнения, чиито коефициенти са елементи на втора, трета и четвърта колона от последния ред на табл. 33, има вида:

$$\begin{cases}
 204.a + 36.b + 8.c = 8353,0 \\
 1296.a + 204.b + 36.c = 37690,0 \\
 8772.a + 1296.b + 204.c = 213900,0
 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-0,0893$, $b=3,2202$ и $c=1031,9107$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане на стойностите на броя на населението, е $y=-0,0893.t^2+3,2202.t+1031,9107$.

При заместване в намерената функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените стойности:

$$\begin{aligned}
 y(1) &= PS(1)_{1992} = -0,0893 \cdot 1^2 + 3,2202 \cdot 1 + 1031,9107 = 1035,0417 \quad (\approx 1035 \text{ бр.}); \\
 y(2) &= PS(2)_{1993} = -0,0893 \cdot 2^2 + 3,2202 \cdot 2 + 1031,9107 = 1037,9940 \quad (\approx 1038 \text{ бр.}); \\
 y(3) &= PS(3)_{1994} = -0,0893 \cdot 3^2 + 3,2202 \cdot 3 + 1031,9107 = 1040,7677 \quad (\approx 1041 \text{ бр.}); \\
 y(4) &= PS(4)_{1995} = -0,0893 \cdot 4^2 + 3,2202 \cdot 4 + 1031,9107 = 1043,3628 \quad (\approx 1043 \text{ бр.}); \\
 y(5) &= PS(5)_{1996} = -0,0893 \cdot 5^2 + 3,2202 \cdot 5 + 1031,9107 = 1045,7793 \quad (\approx 1046 \text{ бр.}); \\
 y(6) &= PS(6)_{1997} = -0,0893 \cdot 6^2 + 3,2202 \cdot 6 + 1031,9107 = 1048,0172 \quad (\approx 1048 \text{ бр.}); \\
 y(7) &= PS(7)_{1998} = -0,0893 \cdot 7^2 + 3,2202 \cdot 7 + 1031,9107 = 1050,0765 \quad (\approx 1050 \text{ бр.}); \\
 y(8) &= PS(8)_{1999} = -0,0893 \cdot 8^2 + 3,2202 \cdot 8 + 1031,9107 = 1051,9572 \quad (\approx 1052 \text{ бр.}).
 \end{aligned}$$

Същите са представени в колона шеста на табл. 33. В колона седма са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона осма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията $u=0,2440489$, е получена в последния ред на колона осма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s), получена по показаната формула (3), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,2440489}{8}} = 0,17466.$$

След сравняване на двете стандартни грешки ($0,444878 > 0,17466$) се установява, че по-малка е тази при изглаждане по квадратна функция.

Това показва, че изгладените посредством нея стойности са по-близки до реалните стойности за половото съотношение на населението (жени на 1000 мъже) и следователно е удачно да се използва същата за прогнозиране на половото съотношение на населението (жени на 1000 мъже) за следващите например шест години. За целта замества в квадратната функция t със значенията 9, 10, 11, 12, 13 и 14 за да намерим прогнозните резултати за всяка от годините от 2000 до 2005 г. Данните за 2000 и 2001 г. не са публикувани до настоящия момент и затова ги включваме към годините, за които ще се прави прогноза:

$$\begin{aligned}
 y(9) &= PS(9)_{2000} = -0,0893 \cdot 9^2 + 3,2202 \cdot 9 + 1031,9107 = 1053,6593 \quad (\approx 1054 \text{ бр.}); \\
 y(10) &= PS(10)_{2001} = -0,0893 \cdot 10^2 + 3,2202 \cdot 10 + 1031,9107 = 1055,1828 \quad (\approx 1055); \\
 y(11) &= PS(11)_{2002} = -0,0893 \cdot 11^2 + 3,2202 \cdot 11 + 1031,9107 = 1056,5677 \quad (\approx 1057); \\
 y(12) &= PS(12)_{2003} = -0,0893 \cdot 12^2 + 3,2202 \cdot 8 + 1031,9107 = 1057,6940 \quad (\approx 1058); \\
 y(13) &= PS(13)_{2004} = -0,0893 \cdot 13^2 + 3,2202 \cdot 8 + 1031,9107 = 1058,6817 \quad (\approx 1059); \\
 y(14) &= PS(14)_{2005} = -0,0893 \cdot 14^2 + 3,2202 \cdot 8 + 1031,9107 = 1059,4908 \quad (\approx 1059).
 \end{aligned}$$

Получената прогнозна стойност за половото съотношение на населението (жени на 1000 мъже) за 1999 г. е 1052 души, а публикуваната е 1052 души, което показва пълно съвпадение и следователно получената квадратна функция може да се използва за прогнозна дейност. Прогнозните резултати показват тенденция на нарастване за половото съотношение на населението (жени на 1000 мъже) за всяка от тези години, което е също един негативен резултат, тъй като потвърждава изводът за засилена смъртност сред мъжете.

8. Прогнозиране изменението на тоталния коефициент на плодовитост до 2005 г.

Тоталният коефициент за плодовитост изразява средния брой деца, които една жена ражда през целия си фертилен период, съобразно повъзрастовата плодовитост през отчетната година. Той показва в синтезиран вид тенденцията на развитие на раждаемостта. Тоталният коефициент за плодовитост се получава като сума от повъзрастовите коефициенти за плодовитост, изчислявани като отношение на плътността на родените към средното женско население за отделни възрастови интервали от фертилния интервал от 15 до 49 навършени години. Този показател през последните години непрекъснато намалява с изключение на 1999 г. когато се наблюдава леко покачване, видно от табл. 34. При съобразяване, че теоретичния минимум за осъществяване на просто възпроизводство на поколенията е 2,1 живородени деца, падащи се на една жена, следва изводът за сериозна отдалеченост на страната от този минимум, което е неблагоприятна тенденция в развитието на населението на страната. Подобна тенденция се наблюдава във всички европейски страни, но толкова ниска стойност на коефициента на плодовитост е измерено само в България и Литва².

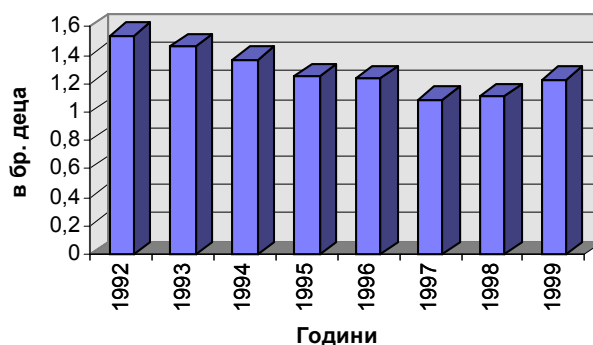
Ще приведем данни за *тоталните коефициенти на плодовитост* [TP(t)] за периода 1992-1999 г. в табл. 34 и графично на граф. 8, които ще използваме за прогнозирането им през следващите пет години.

Таблица 34

Тотални коефициенти на плодовитост за периода 1992-1999 г.

Показател / Год.	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Тот. коеф. на плод. (в бр.)	1,54	1,46	1,37	1,25	1,24	1,09	1,11	1,23

Тотален коефициент на плодовитост за периода 1992-1999 г.



Графика 8

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по *права линия (линейна функция)* при изменение на тоталните коефициенти на плодовитост [TP(t)] за населението по данни от втория ред на табл. 34, са дадени в колона трета на табл. 35:

Таблица 35

Реални и изгладени стойности за TP(t) и сумарна грешка

Год.	t	TP(t)	t.TP(t)	TP(t)*	TP(t)*- TP(t)	[TP(t)*- TP(t)] ²
1992	1	1,54	1,54	0,4850	-1,0550	1,1130250
1993	2	1,46	2,92	1,4282	-0,0318	0,0010112

² Б е л ч е в а, М. Изучаване на раждаемостта по програмата на преброяването през 2001 г., сп. Статистика, бр.1, НСИ, София, 2001, с. 21.

1994	3	1,37	4,11	1,3714	0,0014	0,0000019
1995	4	1,25	5,00	1,3146	-0,0646	0,0041731
1996	5	1,24	6,20	1,2578	0,0178	0,0003168
1997	6	1,09	6,54	1,2010	0,1110	0,0123210
1998	7	1,11	7,77	1,1442	0,0342	0,0011696
1999	8	1,23	9,84	1,0874	-0,1426	0,0203347
Общо	36	10,30	43,9	10,3116	0,0003	1,0423533

Прилагайки изложената методика се получава нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 35, имаща вида:

$$\begin{cases} 36.a + 8.b = 10,3 \\ 204.a + 36.b = 43,9 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-0,0568$, $b=1,5418$.

Тогава линейната функция, използвана за изглаждане на стойностите на броя на населението, е $y=-0,0568.t+1,5418$. При заместване в получената линейна (от първа степен) функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените чрез нея стойности:

$$\begin{aligned} y(1) &= TP(1)_{1992} = -0,0568.1 + 1,5418 = 0,4850 \quad (\approx 0,49 \text{ бр.}); \\ y(2) &= TP(2)_{1992} = -0,0568.2 + 1,5418 = 1,4282 \quad (\approx 1,43 \text{ бр.}); \\ y(3) &= TP(3)_{1992} = -0,0568.3 + 1,5418 = 1,3714 \quad (\approx 1,37 \text{ бр.}); \\ y(4) &= TP(4)_{1992} = -0,0568.4 + 1,5418 = 1,3146 \quad (\approx 1,31 \text{ бр.}); \\ y(5) &= TP(5)_{1992} = -0,0568.5 + 1,5418 = 1,2578 \quad (\approx 1,26 \text{ бр.}); \\ y(6) &= TP(6)_{1992} = -0,0568.6 + 1,5418 = 1,2010 \quad (\approx 1,20 \text{ бр.}); \\ y(7) &= TP(7)_{1992} = -0,0568.7 + 1,5418 = 1,1442 \quad (\approx 1,14 \text{ бр.}); \\ y(8) &= TP(8)_{1992} = -0,0568.8 + 1,5418 = 1,0874 \quad (\approx 1,09 \text{ бр.}); \end{aligned}$$

Същите са представени в колона пета на табл. 35. В колона шеста са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона седма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=1,0423533$, получена в последния ред на колона седма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s)

се получава по формулата $s = \sqrt{\frac{u}{n}}$, където u е сумата от вторите степени на отклоненията, а n е броя годините от периода на изследване показателите за населението. Тогава за стандартната грешка при линейно изглаждане се получава

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{1,0423533}{8}} = 0,072761.$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по крива линия от втора степен (квадратна функция) при изменение на тоталния коефициент на плодovitост [TP(t)] по данни от втория ред на табл. 34, са дадени в колона трета на табл. 36:

Таблица 36

Реални и изгладени стойности за TP(t) и сумарна грешка

Год.	t	TP(t)	t ²	t.TP(t)	TP(t)*	TP(t)*- TP(t)	[TP(t)*- TP(t)] ²
------	---	-------	----------------	---------	--------	---------------	------------------------------

1992	1	1,54	1	1,54	1,5738	0,0338	0,0011424
1993	2	1,46	4	2,92	1,4410	-0,0190	0,0003610
1994	3	1,37	9	4,11	1,3336	-0,3664	0,1342489
1995	4	1,25	16	5,00	1,2516	0,0016	0,0000025
1996	5	1,24	25	6,20	1,1950	-0,0450	0,0020250
1997	6	1,09	36	6,54	1,1668	0,0768	0,0058982
1998	7	1,11	49	7,77	1,1580	0,0480	0,0023040
1999	8	1,23	64	9,84	1,1776	-0,0524	0,0027457
Общо	36	10,30	204	43,9	10,3074	0,0064	0,0153482

Нормалната система уравнения, чиито коефициенти са елементи на втора, трета и четвърта колона от последния ред на табл. 36, има вида:

$$\begin{cases} 204.a + 36.b + 8.c = 10,3 \\ 1296.a + 204.b + 36.c = 43,9 \\ 8772.a + 1296.b + 204.c = 243,1 \end{cases}$$

решенията на която са $a=0,0127$, $b=-0,1709$ и $c=1,7320$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане на стойностите на тоталния коефициент на плодовитост на населението, е $y=0,0127.t^2-0,1709.t+1,7320$.

При заместване в намерената функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените стойности:

$$\begin{aligned} y(1) &= TP(1)_{1992} = 0,0127.1^2 - 0,1709.1 + 1,7320 = 1,5738 \quad (\approx 1,57 \text{ бр.}); \\ y(2) &= TP(1)_{1993} = 0,0127.2^2 - 0,1709.2 + 1,7320 = 1,4410 \quad (\approx 1,44 \text{ бр.}); \\ y(3) &= TP(1)_{1994} = 0,0127.3^2 - 0,1709.3 + 1,7320 = 1,3336 \quad (\approx 1,33 \text{ бр.}); \\ y(4) &= TP(1)_{1995} = 0,0127.4^2 - 0,1709.4 + 1,7320 = 1,2516 \quad (\approx 1,25 \text{ бр.}); \\ y(5) &= TP(1)_{1996} = 0,0127.5^2 - 0,1709.5 + 1,7320 = 1,1950 \quad (\approx 1,20 \text{ бр.}); \\ y(6) &= TP(1)_{1997} = 0,0127.6^2 - 0,1709.6 + 1,7320 = 1,1668 \quad (\approx 1,17 \text{ бр.}); \\ y(7) &= TP(1)_{1998} = 0,0127.7^2 - 0,1709.7 + 1,7320 = 1,1580 \quad (\approx 1,16 \text{ бр.}); \\ y(8) &= TP(1)_{1999} = 0,0127.8^2 - 0,1709.8 + 1,7320 = 1,1776 \quad (\approx 1,18 \text{ бр.}); \end{aligned}$$

Същите са представени в колона шеста на табл. 36. В колона седма са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона осма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията $u=0,0153482$, е получена в последния ред на колона осма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s), получена по показаната формула (3), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,0153482}{8}} = 0,043801.$$

След сравняване на двете стандартни грешки ($0,072761 > 0,043801$) се установява, че по-малка е тази при изглаждане по квадратна функция. Това показва, че изгладените посредством нея стойности са по-близки до реалните стойности за тоталния коефициент на плодовитост и следователно е удачно да се използва същата за прогнозиране на тоталния коефициент на плодовитост за следващите например шест години. За целта заместваме в квадратната функция t със значенията 9, 10, 11, 12, 13 и 14 за да намерим прогнозните резултати за всяка от годините от 2000 до 2005 г. Данните за 2000 и 2001 г. не са публикувани до настоящия момент и затова ги включваме към годините, за които ще се прави прогноза:

$$\begin{aligned}y(9) &= TP(9)_{2000} = 0,0127 \cdot 9^2 - 0,1709 \cdot 9 + 1,7320 = 1,2809 \quad (\approx 1,28 \text{ бр.}); \\y(10) &= TP(10)_{2001} = 0,0127 \cdot 10^2 - 0,1709 \cdot 10 + 1,7320 = 1,2930 \quad (\approx 1,29 \text{ бр.}); \\y(11) &= TP(11)_{2002} = 0,0127 \cdot 11^2 - 0,1709 \cdot 11 + 1,7320 = 1,3888 \quad (\approx 1,38 \text{ бр.}); \\y(12) &= TP(12)_{2003} = 0,0127 \cdot 12^2 - 0,1709 \cdot 12 + 1,7320 = 1,5100 \quad (\approx 1,51 \text{ бр.}); \\y(13) &= TP(13)_{2004} = 0,0127 \cdot 13^2 - 0,1709 \cdot 13 + 1,7320 = 1,6566 \quad (\approx 1,66 \text{ бр.}); \\y(14) &= TP(14)_{2005} = 0,0127 \cdot 14^2 - 0,1709 \cdot 14 + 1,7320 = 1,8286 \quad (\approx 1,83 \text{ бр.}).\end{aligned}$$

Получената прогнозна стойност за тоталния коефициент на плодовитост за 1999 г. е 1,1776 броя деца на една жена през целия ѝ фертилен период, а публикуваната е 1,23 бр., което показва несъществено отклонение от 0,0524 бр. и следователно получената квадратна функция може да се използва за прогнозна дейност. Прогнозните резултати показват тенденция на нарастване макар и с не голям темп на тоталния коефициент на плодовитост за всяка от тези години, което е също един положителен момент.