

ФУНКЦИЯТА НА ПОЛЕЗНОСТ ПО ФОН НОЙМАН – МОРГЕНЩЕРН – ИНСТРУМЕНТ ЗА ВЗЕМАНЕ НА РЕШЕНИЯ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕНОСТ И КРИЗИ

Мая Ламбовска *

РЕЗЮМЕ:

Статията представя възможностите за използване на функцията на полезност по фон Нойман-Моргенщерн като инструмент за избор на алтернатива за преодоляване на кризи в организации, функциониращи в неопределена среда. Статията е разработена в две части. Част първа аргументира избора на функциите на полезност в контекста на настоящата тема. В нея са изяснени и особеностите на приложение на функцията на полезност за оценяване на алтернативи, описани чрез инструменти от теорията на размитите множества. Във втора част е направена илюстрация на избора на размита триъгълна алтернатива чрез функцията на полезност в нейния класически вариант – описана чрез определени числа.

КЛЮЧОВИ ДУМИ: управление, криза, неопределеност, функция на полезност по фон Нойман - Моргенщерн, размити множества, размити триъгълни числа.

УВОД

Авторското разбиране за криза се свързва с нестабилно състояние на крайна опасност или трудност [7]. В този смисъл **кризата в организацията** може да се дефинира най-общо като състояние на крайна опасност, което произтича от поведението на самата организация или на факторите на средата ѝ, като това състояние причинява извънредни трудности при функционирането на организацията, т.е. при осъществяването на нейните функции и дейности. В количествено отношение наличието на криза в организацията намира израз в *критични стойности на параметрите, чрез които се описва състоянието на организацията*. В зависимост от факторите, които ги предизвикват, кризите в организацията са от най-различно *естество* (тип) - икономически, организационни, производствени, кризи в управлението и др. Според автора на статията типът на кризата в организацията се свързва преди всичко с естеството на: а) критичните параметри, описващи състоянието на организацията и б) действията от предлаганите *алтернативи за преодоляване на кризата*. Кризата в организацията се преодолява чрез предприемане на конкретни действия от страна на ръководството. Тези действия формират съдържанието на определена алтернатива за преодоляване на кризата. По аналогия на останалите процеси на вземане на решение в

* Мая Руменова Ламбовска, доцент, доктор, служебен адрес: София 1700, комплекс Студентски град “Христо Ботев”, Университет за национално и световно стопанство, катедра “Управление”, mlambovska@abv.bg, мобилен телефон: (+359)898 90 83 57

организацията, приложението на конкретната алтернатива за преодоляване на кризата се предхожда от избор на тази алтернатива измежду предварително зададен набор от алтернативи.

Ключово значение за разработване на предлагания в статията модел има понятието “неопределеност”. Авторът на статията разглежда **неопределеността** в три аспекта: статичен аспект (към даден(и) момент(и) от време), динамичен аспект (за даден(и) времеви интервал(и) и субективен аспект (свързан с увереността на субектите в техните оценки). Неопределеността в статично отношение (*статичната неопределеност*) се определя като състояние на средата към даден момент, характеризиращо се с липса на достатъчно информация^[9; 248] за броя и величината на ключовите фактори на средата. Статичната неопределеност се обяснява с отсъствие на знание за обекта [10]. Неопределеността в динамично отношение (*динамичната неопределеност*) се дефинира като промяна на средата, характеризираща се с липса на достатъчно информация за изменението на броя и равнището на неопределеност на ключовите фактори на средата през даден период. Причината за динамичната неопределеност е свойството на природата да се променя [4; 53]. Неопределеността в субективен аспект (*субективната неопределеност*) намира израз в неопределени (интервални, размити, вероятностни) оценки на субектите. Субективната неопределеност се обяснява с неувереност на субектите относно техните знания за обекта [4; 53].

Целта на статията е да представи възможностите за използване на функцията на полезност по фон Нойман-Моргенщерн (наричана накратко по-долу функция на полезност) като инструмент за вземане на решение в организация, която се намира в условия на криза и неопределена среда. Решението в настоящия контекст се свързва с избор на алтернатива за преодоляване на кризата. Според на автора на статията типът на кризата в организацията рефлектира върху естеството на алтернативите за преодоляването ѝ, но не и върху инструмента за избор на алтернатива. В този смисъл авторската идея, представена в статията, може да се приложи към всеки тип криза в организацията. Като **ограничително условие** за настоящото изложение авторът приема, че средата на организацията се характеризира със статична, динамична и субективна неопределеност.

Задачите на автора са три:

- да аргументира приложимостта на теорията на полезността на фон Нойман-Моргенщерн в настоящия контекст;
- да изясни особеностите на използване на функциите на полезност, когато алтернативите за изход от кризата са описани чрез теорията на размитите множества;
- да илюстрира приложението на функциите на полезност за избор на алтернатива, когато алтернативите, измежду които се избира, са представени чрез размити триъгълни числа.

1. ХАРАКТЕРИСТИКА НА ПРИЛОЖЕНИЕТО НА ФУНКЦИИТЕ НА ПОЛЕЗНОСТ ПРИ КРИЗИ В ОРГАНИЗАЦИЯТА

Авторът на статията е на мнение, че *решенията* за преодоляване на кризите в организацията *следва да се вземат еднолично от най-висшия ѝ ръково-*

дител. Той носи отговорност за постигането на целите на организацията, което в много случаи предполага преодоляване на кризисни ситуации. Решенията за преодоляване на кризите са от изключителна важност за по-нататъшното оцеляване на организацията. Рационалните очаквания на най-висшия ръководител, в т.ч. и за ефикасността на решенията в организацията (в настоящия контекст за ефикасността на алтернативите за преодоляване на кризата), намират израз в неговите функции на полезност (по фон Нойман-Моргенщерн). Оценяването на алтернативите за преодоляване на кризата чрез функцията на полезност на най-висшия ръководител носи информация каква според него е очакваната полезност за организацията от реализацията на всяка от предлаганите алтернативи, т. е. в каква степен всяка алтернатива на решение се очаква да преодолее кризата. Така чрез функцията на полезност на най-висшия ръководител се избира алтернативата, която той счита, че има максимална очаквана полезност за организацията или която алтернатива ще преодолее кризата в организацията най-успешно.

Функциите на полезност са инструментът на теорията на полезността на фон Нойман – Моргенщерн. Същността им е на математическо средство за количествено описание на субективното мнение на вземащия решение (СВР, в настоящия контекст най-висшият ръководител в организацията) за потенциалните способности на алтернативите да решат даден проблем в условия на неопределеност [1]. Функциите на полезност отразяват и отношението към риска на СВР (спекулативно, застрахователно или неутрално). То намира израз във величините и тенденциите на изменение на рисковите премии. Рисковите премии (абсолютни и относителни) са определящи за формата на функциите на полезност (изпъкнали, вдлъбнати, линейни) [3].

Определянето на функцията на полезност на СВР по даден критерий:

- задължително предполага удовлетворяване на редица ограничителни условия [12], описани по-долу в увода, настоящата и следващата част на статията;
- приложение най-малко на два метода – метод на интервю и метод на лотарията на фон Нойман-Моргенщерн [5].

Оценяването на алтернативите на решение чрез теорията на полезността на фон Нойман-Моргенщерн се извършва чрез изчисление на **очакваната полезност на алтернативите** и последващото им класиране в намаляващ ред по величината на тяхната очаквана полезност. Като предпочитана, и следователно препоръчителна, се избира алтернативата, класирана на първо място – тази с най-висока очаквана полезност. Предимството на очакваната полезност като средство за оценяване е, че чрез нея се отчита не само прогнозата за ефекта от дадено решение, но и вероятността (или възможността при размитите множества) за събъдването му. Това предимство произтича от начина на определяне на очакваната полезност, формирана като произведение от прогнозата и вероятността/възможността за събъдването ѝ [1], [6].

Според автора на статията **алтернативите за преодоляване на кризите** в организацията следва да се генерират от нейните висши ръководители. Най-съвременните инструменти за описание на възможните алтернативи, в т.ч. и за изход от кризите, са от теорията на размитите множества - размитите множества и числа. Теорията на размитите множества е дял от математиката. Тя е подходяща за количествени описания при условия на субективност и неопределеност.

Друг случай, в който се използва теорията на размитите множества е за прогнозиране, когато не е удачно да се пренасят минали тенденции в бъдещето (т. е. да се прогнозира чрез методите на теорията на вероятностите) [2]. Размитото множество е основен инструмент на теорията на размитите множества. Размитото множество е подмножество на множеството на реалните числа R , чиито елементи имат степени на принадлежност към това подмножество от интервала $[0, 1]$. Тези степени се описват чрез характеристична функция. Размитите числа (триъгълни и четириъгълни) са размити подмножества с нормална, изпъкнала и линейна характеристична функция [3]. По мнение на автора на статията трудно може да се намери математическо решение за представяне на функциите на полезност чрез размити множества или числа. Причината е в нерешения на този етап въпрос за удовлетворяване на изискването на теорията на фон Нойман-Моргенщерн, съгласно което сумата от вероятностите (възможностите за теорията на размитите множества) за събъждане на изключващите се алтернативи (които са размити при използване на теорията на размитите множества) от една неизродена лотария да бъде равна на единица [3]. В този ред на мисли **настоящото приложение** на двете теории включва **комбинация от алтернативи на решение, представени чрез размити множества (или числа) и функции на полезност, описани с определени числа.**

Комбинацията от инструменти, предложени от автора на статията налага:

- въвеждане на **допълнително ограничително условие** – То се състои във възприемане становището на Сейвидж относно приложимостта на концепциите за вземане на решение, използващи обективно генерирани вероятностни разпределения (в т. ч. и теорията на полезността на фон Нойман - Моргенщерн), към субективни вероятностни разпределения [11];
- използване като **средство за оценяване** на показателя **“очаквана оценка, изчислена за числото по Хъминг на размитото множество (число)”**. Числото по Хъминг е представително число на размитото множество (число). Числото по Хъминг [8]: а) представлява относителното линейно разстояние между числото 0 и характеристичните оценки на размитото множество (число) б) има степен на принадлежност (възможност за реализация) в интервала $[0, 1]$.

Оценяването на алтернативите за преодоляване на кризите на организацията се реализира в настоящия контекст на следните **етапи**:

- **Етап 1. (Определяне на размитите алтернативи за преодоляване на кризата)** – Съгласно авторската идея алтернативите за преодоляване на кризата в организацията се генерират от висшето ръководство чрез различните методи на експертни оценки. Представянето на алтернативите чрез размити триъгълни числа (вж. фигура 1) предполага линейна характеристична функция на всяка алтернатива, която характеристична функция се формира от три оценки (наричани характеристични оценки) - една оценка за възможност за събъждане на алтернативата, равна на единица и две екстремални оценки (минимална и максимална) за възможност за събъждане на алтернативата, равна на нула. Характеристичната функция на конкретната размита триъгълна алтернатива се състои от две прави линии. Първата права линия свързва минималната оценка на алтернативата за възможност за събъждане, равна на нула, и оценката на алтернативата за възможност за събъждане, равна на единица. Втората права ли-

ния свързва оценката на алтернативата за възможност за събъждане, равна на единица, и максималната оценка на алтернативата за възможност за събъждане, равна на нула. Естеството и мерните единици на характеристичните оценки на алтернативите са в зависимост от типа на кризата в организацията.

- **Етап 2.** (*Определяне на функцията на полезност на СВР по критерия/критериите за избор на алтернатива*) – Определянето на функцията на полезност (вж. фигура 2) на най-висшия ръководител в организацията (СВР) за адекватността (ефективността, качеството) на алтернативите за преодоляване на кризата е сложен процес. Той се реализира на два подетапа: първи подетап – провеждане на интервю със СВР и втори подетап – извеждане на функцията на полезност на СВР за адекватността на алтернативите. В интервюто от първи подетап СВР е в ролята на интервюиран. Целта на интервюто е да се определят дискретните оценки на СВР за полезността на възможни алтернативи за преодоляване на кризата. Вторият подетап се свързва с математическа обработка на резултатите от първи подетап. Тази обработка се реализира чрез разнообразни математически инструменти. Приложението им е подробно описано в [1]. Методът на лотарията на фон Нойман-Моргенщерн е задължителен математически инструмент за условия на неопределеност. Методът е в основата на теорията на полезността на фон Нойман-Моргенщерн. В този смисъл въпросите, включени в интервюто със СВР, трябва да бъдат съобразени със спецификата на метода.
- **Етап 3.** (*Определяне на размитите оценки на полезност за алтернативите*) - Като резултат от този етап (вж. таблица 1 и фигура 3) се генерират размитите триъгълни оценки за полезността на отделните алтернативи за преодоляване на кризата, които полезности са оценени от СВР в организацията. Размитите оценки на полезност на отделните алтернативи за преодоляване на кризата се определят чрез заместване на алтернативите от етап 1, респективно на техните характеристични оценки, във функцията на полезност на СВР от етап 2.
- **Етап 4.** (*Определяне на очакваните полезности на алтернативите*) - Очакваните полезности от настоящия етап се изчисляват за представителните числа по Хъминг на размитите триъгълни полезности на алтернативите от етап 3. Настоящият етап включва две процедури: процедура 1 – изчисление на числото по Хъминг за размитата полезност на всяка алтернатива, както и на степента на принадлежност на това число по Хъминг (вж. колони 8 и 9 от таблица 1) и процедура 2 – изчисление на очакваната оценка за числото по Хъминг на полезността на всяка алтернатива. Втората процедура се реализира по формула (1), представена по-долу (вж. още колона 10 от таблица 1). Очакваните оценки от процедура 2 имат дискретен характер. Те са представени на фигура 3.
- **Етап 5.** (*Избор на препоръчителна алтернатива за преодоляване на кризата в организацията*) – Препоръчителна алтернатива за преодоляване на кризата е алтернативата с максимална очаквана полезност на числото по Хъминг. Изборът на настоящия етап се реализира след класиране на алтернативите по очакваната им полезност от етап 4 (вж. колона 11 от таблица 1).

2. ИЛЮСТРАЦИЯ НА ПРИЛОЖЕНИЕТО НА ФУНКЦИИТЕ НА ПОЛЕЗНОСТ ПРИ КРИЗИ В ОРГАНИЗАЦИЯТА

Илюстрацията на идеята от настоящата статия е разработена в **три варианта**. Вариантите са генерирани във връзка с различното отношение към риска на СВР в организацията:

- неутрално отношение към риска (функция U3 от фигура 2);
- спекулативно отношение към риска – (функция U1 от фигура 2); и
- застрахователно отношение към риска (функция U2 от фигура 2).

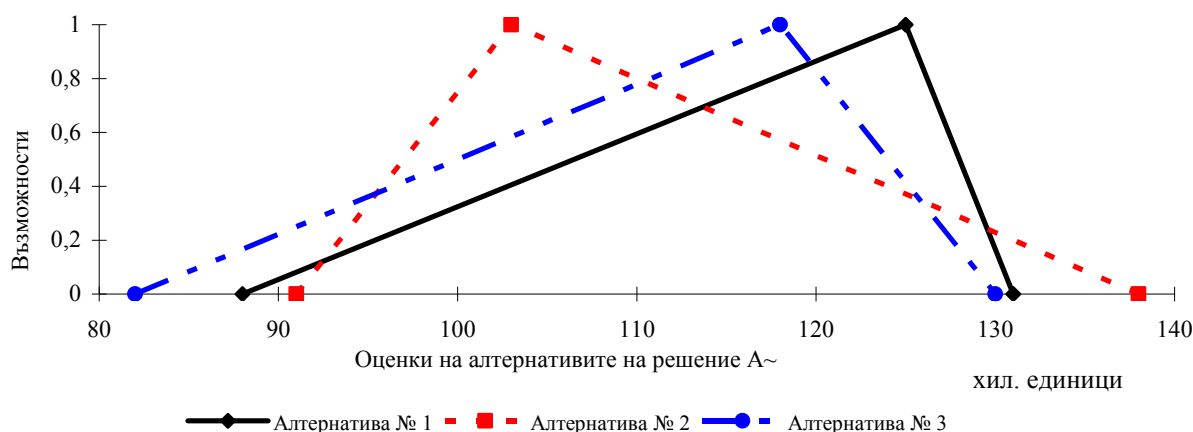
Алтернативите за изход от кризата и техните полезности са описани чрез **размити триъгълни числа** (фигура 1).

Ограничителните условия, които са в сила за настоящото приложение на функциите на полезност са следните:

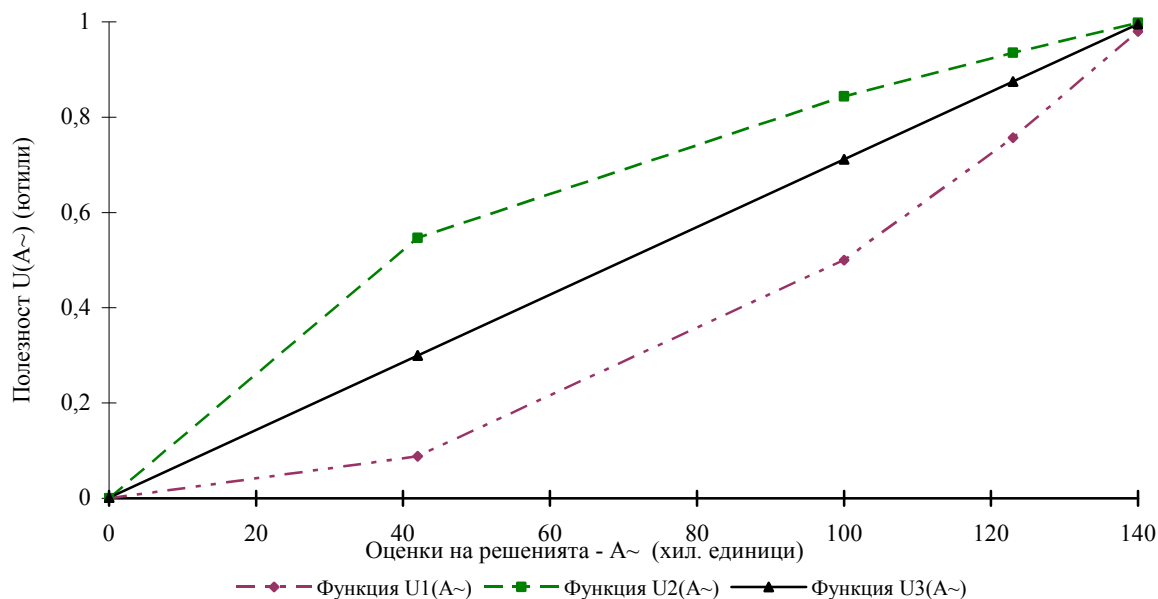
- В сила са аксиомите на фон Нойман - Моргенщерн [12].
- Функциите на полезност на СВР са ограничени, монотонни и непрекъснати за всяко значение на критериите.
- Отсъства пропорционална (не)склонност към риск във функциите на СВР.
- Лотариите, използвани за построяване функциите на полезност на СВР, са неизродени и съдържат взаимно изключващи се алтернативи [12].
- В сила е допълнителното ограничително условие от точка 2 на статията.

Резултатите от оценяването на алтернативите за преодоляване на кризата на организацията са представени, както следва:

- резултати от етап 1. – на фигура 1.;
- резултати от етап 2. – на фигура 2.;
- резултати от етап 3. – на фигура 3. и таблица 1, колони 5 до 8;
- резултати от етап 4. – на фигура 3. и таблица 1, колони 9 и 10;
- резултати от етап 5. – на фигура 3. и таблица 1, колона 11.



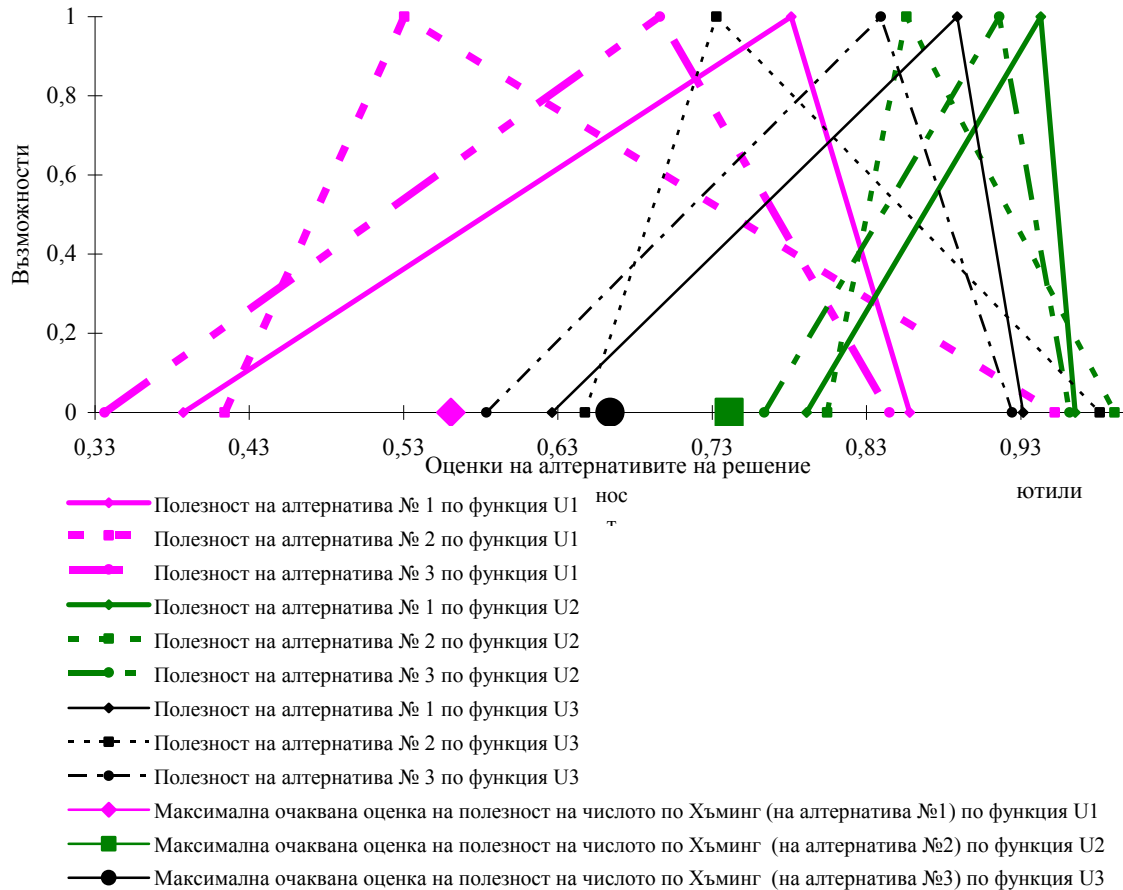
Фигура 1. Размити триъгълни алтернативи за преодоляване на кризата на организацията



Фигура 2. Функции на полезност на вземащия решение в организацията

No	Показател	Размита триъгълна алтернатива за a=				Размита триъгълна оценка за полезност за a=						Класиране на алтернативите	
		0		1		0		1		Число по Хъминг	Възможност a за Хъминг		Очаквана оценка
		мин	макс	мин	макс	мин	макс	мин	макс				
		хил. единици				ютили		ютили		%			%
		1	2	3	$4=\text{sum}(1,2,2,3)*0,25$	5	6	7	$8=\text{sum}(5,6,6,7)*0,25$	$9=(8-5)/(6-5)$	$10=8*9/100$	11	
1 Оценяване по функция U1(A~)													
1,1	Алтернатива № 1	88	125	131	117	0,387	0,7813	0,858	0,702	79,87	0,561	1	
1,2	Алтернатива № 2	91	103	138	109	0,414	0,5305	0,952	0,607	81,90	0,497	3	
1,3	Алтернатива № 3	82	118	130	112	0,336	0,6962	0,845	0,643	85,33	0,549	2	
2 Оценяване по функция U2(A~)													
2,1	Алтернатива № 1	88	125	131	117	0,791	0,9429	0,965	0,911	78,68	0,716	3	
2,2	Алтернатива № 2	91	103	138	109	0,805	0,8559	0,991	0,877	84,53	0,741	1	
2,3	Алтернатива № 3	82	118	130	112	0,764	0,9161	0,962	0,889	82,46	0,733	2	
3 Оценяване по функция U3(A~)													
3,1	Алтернатива № 1	88	125	131	117	0,626	0,8889	0,932	0,834	79,05	0,659	2	
3,2	Алтернатива № 2	91	103	138	109	0,648	0,7327	0,981	0,774	83,57	0,646	3	
3,3	Алтернатива № 3	82	118	130	112	0,584	0,8392	0,924	0,797	83,33	0,664	1	

Таблица 1. Резултати от оценяването на алтернативите за преодоляване на кризата на организацията



Фигура 3. Размити триъгълни и очаквани полезности на алтернативите за преодоляване на кризата на организацията

Очакваните оценки, чрез които се оценяват алтернативите се определят по формула 1.

$$E(UA_i^h \sim) = UA_i^h \sim * \alpha_{UA_i^h}^h \tag{1}$$

където:

$E(UA_i^h \sim)$ е очакваната оценка, изчислена за числото по Хъминг на размитата полезност на алтернатива A_i (колона 10 на таблица 1);

UA_i^h - числото по Хъминг (колона 8 на таблица 1) на размитата полезност на алтернатива A_i ;

$\alpha_{UA_i^h}^h$ - степен на принадлежност (възможност за реализация) на числото по Хъминг (колона 9 на таблица 1) на размитата полезност на алтернатива A_i ;

i - индекс за алтернатива за преодоляване на кризата $i \in [1, \dots, n]$;

h - индекс за число по Хъминг;

~ - индекс за неопределеност или размито множество (число).

Основният извод от класациите в таблица 1 (колона 11) е, че при равни други условия функциите на полезност, отразяващи различно отношение към риска, водят до различни резултати от класирането.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Статията представя една идея за избор на алтернатива за преодоляване на кризите в организацията за условия на неопределеност (статична, динамична и субективна). Инструментите, използвани за илюстрацията на тази идея, са функциите на полезност на фон Нойман-Моргенщерн и размитите триъгълни числа, описващи алтернативите на решение.

ЛИТЕРАТУРА:

- [1] Кини, Р., Райфа, Х.: Принятия решений при многих критериях: Предпочтения и Замещения. Москва: Радио и связь 1981. с. 29, 80, 133, 515.
- [2] Кофман, А., Алуха Х.: Введение теории нечётких множеств в управлении предприятиями. Минск: Высшая школа 1992. с. 11, 35.
- [3] Binger, B., Hoffman, E.: Microeconomics with Calculus. Illinois: Scott Foresman and company 1988. p. 497-501.
- [4] Garcia, Pablo S. and Perez, Rodolfo H.: "The knowledge problem in social sciences: epistemic uncertainty". Fuzzy economic review. No 1. vol.VII. Sant Cugat del Valles (Spain): Vilema S.A. may 2002, p. 45-56.
- [5] <http://homepage.newschool.edu/~het/essays/uncert/vnmaxioms.htm#utility>.
- [6] http://www.giacomobonanno.com/exp_utility.
- [7] <http://www.thefreedictionary.com/crisis>.
- [8] Kaufmann, A., Aluja J.: Tecnicas Operativas de Gestion para el Tratamiento de la incertidumbre. Barcelona: Limpergraf S.A. 1987. p. 65, 202.
- [9] Ostasiewicz, Walenty: "Some philosophical aspects of fuzzy sets". II congreso internacional de gestion y economia fussy. Comunicaciones vol.I. Santiago de Compostela (Espana): EGAP noviembre de 1995.
- [10] Ramirez, D.: "Analysis of uncertainty". Fuzzy economic review. No 2. vol. III. Sant Cugat del Valles (Spain): Jamosic S. L. november 1998, p. 69-79.
- [11] Savage, L.: The foundation of Statistics. N. Y.: John Wiley 1954.
- [12] von Neumann, J., Morgenstern, O.: Theory of games and economic behaviour. 2 ed. Princeton. N. J.: Princeton University Press 1947.

* * *