МОДЕЛ НА ДИНАМИЧНА УСЛОВНА КОРЕЛАЦИЯ С GARCH(1,1) СПЕЦИФИКАЦИЯ ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ ЗАВИСИМОСТТА МЕЖДУ БАЛКАНСКИТЕ КАПИТАЛОВИ ПАЗАРИ

Докт. Калоян Петков, катедра „Финанси и кредит",
СА "Д. А. Ценов"

Резюме: *Изследването на зависимости заема основно място във финансово-икономическата наука. Традиционният метод за квантифициране на корелацията между две величини е на база силно рестриктивни допускания за стационарност на входящите данни. Моделирайки тези допускания се създава модела за динамичната условна корелация, който се обособява като най-добрият модел за изследване на корелационни зависимости. В настоящата разработка са илюстрирани предимствата на DCC модела приложен съвместно с GARCH (1,1) моделиране на изследваните променливи.*

Ключови думи: *GARCH, DCC, Корелация, Коефициент на Пиърсън, Модел на Болесрлев.*

1. Въведение

В икономическият анализ основно място като методологически инструмент заема разглеждането на зависимости. Най-популярният метод за анализиране на зависимостта между две променливи е корелационният анализ.

Изследването на корелацията изглежда на пръв поглед лесен процес, но всъщност данните от реалният свят поставят под сериозно изпитание иконометриците. В настоящия ще разгледаме основните методи за изчисляване на корелацията, като изведем най-приложимият от тях за целите на изследване на регионалната премия.

2. Предизвикателства пред изследването на корелационни зависимости

Основният проблем пред прилагането на добре познатия коефициент на корелация е, че при неговото изчисляване се правят допускания за стационарност на входните данни. В същото време е факт, че всички времеви икономически данни не успяват да изпълнят изискванията за стационарност, както по средната величина, така и по стандартното отклонение. Поради това се налага използването на комплексни модели, които да моделират тази вродена нестационарност на икономическите данни. По отношение на стационарността по средната методът на първите разлики, заедно със стандартизация за средна равна на нула успява да се справи донякъде с проблема. Но всъщност по-големи проблеми създава нестационарната волатилност. Затова, когато се изчислява корелационната зависимост тя трябва да бъде условно-зависима от волатилността на времевите редове. Така в настоящият случай ще бъде изчислена условната корелация между систематичния риск на регионите.

Условната корелация между две величини (x,y) със средна нула е:

(1) $$\rho_{1,2} = \frac{E_{t-1}(x_{t1}, y_{1t})}{\sqrt{E_{t-1}(x_{1,t}^2), E_{t-1}(x_{2,t}^2)}}$$

Както се вижда очакваната корелация за бъдещия период t се базира на индивидуалните очаквания на двете величини. Коефициентът на корелация варира в интервала (-1,1). Тъй като средната на всяка от двете величини е нула то всъщност наблюденията за x_it са наблюдения за стандартизираните отклонения (риска) от средната – ϵ_it. Така уравнението за условната корелация може да бъде записано по следния начин:

(2) $$\rho_{1,2,t} = \frac{E_{t-1}(\epsilon_{2t}, \epsilon_{1t})}{\sqrt{E_{t-1}(\epsilon_{1,t}^2), E_{t-1}(\epsilon_{2,t}^2)}}$$

Където:

$\epsilon_{1,2t}$– отклонения на двете величини от очакванията.

Изследването на така формулираната зависимост може да бъде направено по няколко начина. За целите на изследването ще разгледаме само някои от тях. Най-простият метод е използването на подвижна корелация:

(3) $$\rho_{1,2,t} = \frac{\sum_{s=t-n-1}^{t-1} \epsilon_{1s}\epsilon_{2s}}{\sqrt{(\sum_{s=t-n-1}^{t-1} \epsilon_{1s})(\sum_{s=t-n-1}^{t-1} \epsilon_{1s})}}$$

Където:

n – брой периоди на чиято база се изчислява подвижната корелация.

Въпросът стои колко периода да е подвижната корелация, като това основно зависи от честотата на наличните данни. Проблемът с този измерител, че напълно отписва наблюденията преди n-броя периоди, и в същото време дава равни тегла на останалите. По този начин не се решава проблема с нестационарността на ϵ_it. Друг популярен показател, който отчасти решава тези проблеми е подходът с експоненциално изглаждане разработен и прилаган от компанията Risk metrics:

$$(4)\ \rho_{1,2,t} = \frac{\sum_{s=1}^{t-1} \lambda^{t-j-1} \epsilon_{1s}\epsilon_{2s}}{\sqrt{\left(\sum_{s=1}^{t-1} \lambda^{t-j-1} \epsilon_{1s}\right)\left(\sum_{s=1}^{t-1} \lambda^{t-j-1} \epsilon_{1s}\right)}}$$

Където:

λ – коефициент на експоненциално изглаждане, j – брой периоди включи в изчислението на корелацията.

Експоненциалното претегляне на наблюденията всъщност става, чрез коефициента λ, който заема стойности в интервала (-1,1). Проблем на този подход е, че няма ясна методология затова какъв трябва да е изглаждащия коефициент. В същото време при анализиране на повече от една корелационна зависимост е нужно да се използва еднакъв коефициент за всички променливи. В своята практика аналитиците от компанията Risk Metrics използват коефициент λ=94%.

В реалността става въпрос за голям брой активи или множество корелационни зависимости. Поради това е най-добре да се използва матрично смятане за идентифициране на корелациите. Тези зависимости могат да се представят под формата на условна корелационна зависимост:

$$(5)\ E_{t-1}(r_i, r_j) = H_t$$

Където:

H_t– ковариационна матрица

По този начин методът на експоненциалното претегляне може да се представи като:

$$(6)\ H_t = \lambda * (r_{t-1}, r'_{t-1}) + (1 - \lambda) * H_{t-1}$$

По-усложнен метод за анализ е многофакторен GARCH модел, като най-популярният е представен от Engle and Kroner (1995) и се нарича vec модел. На практика vec моделът представя матриците като вектори и извършва многофакторна GARCH регресия. Моделът може да бъде специфициран по следния начин:

$$vec(H_t) = vec(\Omega) + A * vec(r_{t-1}, r'_{t-1}) + B * vec(H_{t-1})$$

Проблемът с приложението на този модел е в сложността на изчисляването му. Принципно за калкулиране на параметрите A и B се използва техниката "variance targeting", която с увеличаването на броя корелационни зависимости усложнява смятането. Поради това е възможно да се приложи по-опростен модел, това е моделът на динамичната условна корелация (DCC).

На практика моделът DCC е генерализация на модела на Bollerslev(1990):

(7) $H_t = D_t * R * D_t$

(8) $D_t = diag\{\sqrt{h_{it}}\}$

Където:

D_t – матрица на дисперсията, R – корелационна матрица, h_it – диагонална матрица на вариациите, изчислени с GARCH (1,1)

В случая диагоналната матрица h_it представлява индивидуалните вариации на активите, като за тяхното получаване се препоръчва използването на GARCH (1,1) модел, а матрицата R всъщност е обикновенната статична корелация на Пиърсън. Допълнението DCC модела е, че позволява на R да варира във времето. В оригиналната си статия Engle (2002) предлага максимизирането на log-likelihood функция като най-добър метод за получаване на H_t, но всъщност е възможно прилагането на по-опростен двуетапен процес. На първо място се изчисляват индивидуалните GARCH вариации за матрицата D_t, след това чрез експоненциалното изглаждане в уравнението се конструира матрицата R, по този начин са изчислени всички необходими компоненти. Този подход всъщност дава консистентни резултати, но е неефикасен при наличие на голям брой активи.

3. Изчисляване на модела

Моделът DCC е двустепенен процес. На първо място се моделират отделните волатилност на променливите, чрез UGARCH (1,1). След това се прилага DCC спецификацията.

Технически моделът не може да бъде приложен с MS Excel, поради факта, че е необходим софтуер, който може да пресмята разновидности на OLS. Използвайки библиотеките “rugarch” и “rmgarch” на иконометричния софтуер R можем да покажем, как се специфицира двустепенния процес:

```
*---------------------------------*
*       GARCH Model Spec          *
*---------------------------------*

Conditional Variance Dynamics
------------------------------------
GARCH Model            : sGARCH(1,1)
Variance Targeting     : FALSE

Conditional Mean Dynamics
------------------------------------
Mean Model             : ARFIMA(0,0,0)
Include Mean           : TRUE
GARCH-in-Mean          : FALSE

Conditional Distribution
------------------------------------
Distribution    :  norm
Includes Skew   :  FALSE
Includes Shape  :  FALSE
Includes Lambda :  FALSE
```

```
*------------------------------*
*       DCC GARCH Spec         *
*------------------------------*
Model          :  DCC(1,1)
Estimation     :  2-step
Distribution   :  mvnorm
No. Parameters :  11
No. Series     :  2
```

Фиг. 1. Спецификация на DCC - GARCH (1,1) модел.

Илюстрираната спецификация е разновидност на модела, като опциите на софтуера са неограничени и позволяват моделиране на времевия ред по всякакъв начин.

Заключение

Прилагането на модела за динамична корелация позволява на икономистите да доближат своите изследвания до реалният свят, тъй като този модел премахва някои от рестриктивните допускания на традиционните начини за измерване на корелацията между две величини във времето.

ИЗПОЛЗВАНА ЛИТЕРАТУРА

1. Engle, R. “Dynamic Conditional Correlation – A Simple Class of Multivariate GARCH Models”. Journal of Business and Economic Statistics., p. 339–350, 2002.
2. Bollerslev, Tim (1990). “Modeling the Coherence in Short-run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model”. The Review of Economics and Statistics, p. 498–505.