

## СТОЙНОСТ ПОД РИСК, КОХЕРЕНТНИТЕ АЛТЕРНАТИВИ CVAR И EVAR – ПОЛЗИ И ПРИЛОЖИМОСТ\*

**Даниел Емилов Николаев**  
Стопанска академия „Д. А. Ценов“ – Свищов  
Катедра „Финанси и кредит“

**Резюме:** В изследването се разискват част от проблемите обвързани с рисковите измерители, като приоритет е концепцията VaR (стойност под риск). Представени са различни техники при определяне на стойността и алтернативите на VaR, като се изследват стойностите и връзката между класическия VaR и неговите g-ентропични варианти – CVaR и EVaR. Достига се до заключение, че параметричното определяне на стойностите може да доведе до значими отклонения и излиза извън реалната структура на честотното разпределение в извадката. Представят се наблюдения за допълнителна информация, характеризираща разпределението на стойностите, до която може да се достигне посредством лесни за формулиране графически измерители базирани върху VaR, CVaR и EVaR като предварителен анализ. Представят се резултатите, постигнати при използване на EVaR спрямо класическите модели, като база за портфейлна оптимизация в стресови моменти, демонстрирайки преимуществата на ентропичната стойност под риск при създаването на ниско-рискови портфейли.

**Ключови думи:** стойност под риск (VaR), условна стойност под риск (CVaR), ентропична стойност под риск (EVaR), рисков измерител, кохерентен рисков измерител.

**JEL:** C11 C14 C15 G11.

## VALUE AT RISK, COHERENT ALTERNATIVES CVAR AND EVAR - USEFULNESS AND RELEVANCE

**Daniel Emilov Nikolaev**  
The D. A. Tsenov Academy of Economics – Svishtov  
The Department of Finance and Credit

**Abstract:** The current study discusses some issues related to the risk measures, mainly focusing on the Value at Risk concept. Some of the most popular techniques for valuation of the VaR and its alternatives are presented while the classical VaR is compared to its g-entropic variants – CVaR and EVaR. We reach the conclusion that often enough the parametrical valuation of VaR can lead to errors and the value can differ from the structure of the empirical distribution of the analyzed variable. Additionally the study demonstrates part of the additional information that can be reached through the usage of graphical representation of VaR, CVaR and EVaR simultaneously as a preliminary analysis. The study presents the usage of EVaR as a factor of portfolio optimization in abnormal market conditions

---

\* Разработката е отличена с първо място на Докторантската научна сесия 2017 в секция „Финанси, макроикономика, застраховане и социално осигуряване“.

related to the classical portfolio models, demonstrating the advantages of EVaR as a tool for low-risk portfolio modeling.

**Keywords:** Value at Risk (VaR), Conditional Value at Risk (CVaR), Entropic Value at Risk (EVaR), risk measure, coherent risk measure.

**JEL:** C11 C14 C15 G11.

## Въведение

Преди световната криза от 2008 концепцията „стойност под риск“ е масово използвана като разбираем и приложим измерител на възможната загуба. След събитията от 2008 стойността под риск получава значителна критика, най-ясно изявена от Талейб е концепцията за така наречените от него „черни лебеди“ или ниско вероятни събития, имащи силно негативни последици. Една от основните критики на концепцията е, че тя не предлага значима новост в определянето на риска. Тоест концепцията за стойност под риск е метод за определяне на нормално очакваната загуба, често приложена на база на класическите рискови измерители и по-никакъв начин не насочваща внимание към проблема за кризисните и екстремални ситуации. Причина за това е слабата приложимост на класическия измерител, в лицето на стандартното отклонение, при наличието на екстремуми в статистическите редове. Екстремалните стойности са потенциален носител на отклонения, водещи до отклонения в емпиричното спрямо нормалното теоретично разпределение. От друга страна, поддръжниците на стойността под риск, защитават приложимостта на концепцията, твърдейки, че стойността под риск изпълнява точно функцията си, а именно дава стойностно изражение на потенциалните очаквани загуби в нормални условия, а проблемът се крие в интерпретацията на стойността и допускането, че негативната опашка от вероятностното разпределение няма да се сбъдне. Подобно съждение от научна гледна точка е неприложимо, тъй като вероятностното разпределение включва в себе си всички възможни развития, и единственото необходимо за осъществяването им е достатъчен брой повторения (в случая време). Това е и причината за развитието на кохерентни подварианти на концепцията, а именно условна и ентропична стойност под риск. Тези подварианти на стойност под риск, макар и да се базират на сходна логика, имат значителни разлики в получените резултати и теоретично биха имали значим принос за акуратна и ефикасна оценка на риска, особено в унисон с класическата итерация на концепцията. Същевременно, за да може дефинитивно да се направи съждението, че кохерентните показатели (разгледани в параграф 1) добавят реална стойност за риск мениджмънта, е необходимо, техните специфики и резултатите да бъдат щателно изследвани.

Обектът, разглеждан в изследването, е моделирането на риска чрез концепцията „стойност под риск“, а предмет е приложимостта и ефективността на различните форми на практическо приложение на концепцията с фокус върху входящите променливи и параметри.

Тезата, защитавана в настоящата разработка, гласи, че концепцията стойност под риск остава високо приложима за оценка на риска в статистическите редове в икономиката, като слабостите на приложението ѝ могат да бъдат избегнати чрез по-прецизно определяне на необходимите входящи променливи и прилагането както в класически, така и в кохерентен формат. Целите на разработката могат да се дефинират като:

1) Описание на основните направления, в които стойността под риск (VaR) се прилага и като дефиниция на коренните разлики спрямо кохерентните варианти на стойността под риск.

2) Подбор на достатъчен обем от икономическа информация, подходяща за съставянето на надежден масив, служещ за ретроспективен анализ на използвания рисков измерител и неговите изменения, открояващ тяхната функция и логика.

3) Сравнение на получените резултати от приложението на различни методи за определяне на стойността под риск, включително CVaR.

4) Сравнение между портфейли, оптимизирани на база ентропичната стойност под риск и класическите оптимизационни модели (минимален риск и коефициент на Шарп).

## **1. Теоретична постановка на VaR**

Рискът и неговото измерване са едно от направленията в икономическата наука, които са най-атрактивни както за изследователи, така и за практики. Причина за това е природата на риска, а по същество той може да се дефинира като неопределеност, потенциална загуба, възникване на нежелани събития или дори да инкорпорира така наречената концепция „риск–шанс“ (Божинов, 2013). Като концепция с подобен обхват, може да се твърди, че рискът обгръща в себе си всички възможни бъдещи изменения. Това е причината, стандартното отклонение да е толкова атрактивен класически измерител на риска. Стандартното отклонение по своя характер е метод за измерване и създаване на определени граници в случайните изменения на дадена променлива, като то може да бъде аналог на средно отклонение, но дефинирано от определени теоретични вероятности за събъждане на определен сценарий. При използването на този показател е необходимо, изследваните стойности да отговарят на определени изисквания, като най-важното сред тях е нормалност на разпределението, за да е възможно на база теоретично разпределение да се определи вероятността, стойността да е в обхвата на измерителя. Често пъти в икономическата литература и практика се прибегва до използването на така нареченото логнормално разпределение, за което се приема предположението за нормалност, или се използва нормалният логаритъм на съотношенията момент към минал момент. При определянето на риска могат да се използват и редица алтернативни измерители на изменчивостта на изследваните промен-

ливи, като медианно отклонение, средно отклонение, размах (ранг), честотен анализ на променливостта и тренда (Симеонов, 2017) и т.н., но тези измерители не позволяват с такава лекота да се определя вероятността, дадено събитие да се сбъдне.

Като алтернатива на стандартното отклонение може да се използват така наречените долни (down-side) рискови измерители (Захариев и др., 2016). Типичният пример за това е полустандартното отклонение (известно като LPM – lower partial moment), при което се оценява единствено вероятността от негативно развитие на променливата, като в този случай разпределението е с една опашка, тоест започва от средната величина и достига до крайно негативна точка. Стойността под риск (VaR) също е пример за долен измерител на риска. VaR е натрупал доста популярност след пазарния срив през 1987, когато очакването за подобно явление, базирано на традиционните рискови измерители, е било нищожно. Впоследствие този тип сринове биват наречени „черни лебеди“ от Талеб (Taleb, 2007) и принципите им излизат извън границите на финансите. Така наречените „черни лебеди“ създават сериозен проблем пред нормалното функциониране на традиционните статистически модели, използвани на пазарите за този период. Това е така, тъй като при включването на екстремалните стойности се предизвикват сериозни отклонения и получените резултати са нефункционални, а при изглаждането им акумулираната загуба при реализацията на „черен лебед“ може да надхвърли печалбите, реализирани в периода на нормално функциониране. VaR е разработен като метод за разделение на екстремалните стойности, които са изучавани количествено за дългосрочни времеви хоризонти, докато при нормалното движение на цените се използват значително по-кратки периоди на изследване.

Известно е, че параметричният VaR е базиран на историческа информация и приложим на база стандартното отклонение на изследваната променлива, като изследването използва за вероятностна база коефициентите на доверителност ( $Z$ ) за нормално теоретично разпределение. Тоест подобно измерение на риска представя крайно негативната опашка (в определената граница) на нормалното разпределение и отразява максималната възможна загуба до ( $Z$ ). Редно е да бъде споменато, че прилагането на VaR може да бъде базирано на редица показатели, тъй като говорим за концепция, основана изцяло на негативното полуразпределение на вероятностите, възможно е да бъде определена вероятността за негативни развития на база на алтернативи на стандартното отклонение, като LPM (Lower Partial Moment (Пътев и Канарян 2008)), исторически наблюдаваните изменения (симулация), или изчисления, базирани върху честотното разпределение на изследваната стойност (Адамов, Холст, & Захариев, 2006).

Ахмади-Джавид (Ahmadi-Javid, A. F.-T., 2017) нарича рисков измерител функция, която придава количествена стойност за рисковото равнище на случайна променлива. В неговата разработка той теоретично илюстрира концепцията за рисковите измерители чрез вероятностно прос-

пространство  $(\Omega, \mathbf{F}, P)$ , в което  $\Omega$  е поредица от прости събития,  $\mathbf{F}$  е  $\sigma$ -алгебра<sup>1</sup> на поредиците в  $\Omega$  и  $P$  са вероятностите за  $\mathbf{F}$ .  $L_0$  се приема за ред от всички случайни променливи.  $X: \Omega \Rightarrow \mathbb{R}$  и  $X \subseteq L_0$  е пространството на модела, което е частта съдържаща всички реални стойности (константи). Тогава рисковият измерител се дефинира, като  $\rho: X \Rightarrow \overline{\mathbb{R}}$ , където  $\overline{\mathbb{R}} \cup \{-\infty, +\infty\}$  е удължената реална линия. В научната литература се добавят още няколко търсени характеристики за рисковите измерители. Като основните и най-важни характеристики за  $\rho$  са<sup>2</sup>:

(I) Транслационна непроменливост:

$$\rho(X+c) = \rho(X) + c \text{ за всеки } X \in X \text{ и } c \in \mathbb{R},$$

което може да се тълкува като при рисковата функция на  $X+c$ , за която  $X$  е вероятно събитие, а  $c$  е реална стойност,  $c$  може да бъде изключен от функцията на рисковия измерител.

(II) Подсумарност:  $\rho(X_1+X_2) \leq \rho(X_1) + \rho(X_2)$  за всеки  $X_1, X_2 \in X$

Характеристика на рисковия измерител, гласяща, че при квантификацията на риска на две подразпределения едновременно, сумата на отделните рискови функции на  $X_1$  и  $X_2$  е по-голяма или равна от общата (подобно на риска в портфейл).

(III) Монотонност: Ако  $X_1, X_2 \in X$  и  $X_1 \leq X_2$ , то  $\rho(X_1) \leq \rho(X_2)$

Наличие на съразмерност между редовете за  $X$  и прилежащите им рискови функции  $\rho$ .

(IV) Положителна еднородност:  $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$  за всеки  $X \in X$  и  $\lambda \geq 0$

Когато за даден рисков измерител по-горе изброените четири характеристики са изпълнени, то той се нарича кохерентен (Artzner, P. D., 1999). Нормалният VaR се счита за некохерентен измерител, тъй като не покрива всички изисквани характеристики, а именно (II). Това е и потенциал, основата, върху която да се изграждат алтернативи на стойността под риск, а именно условна стойност под риск (Conditional Value-at-Risk – CVaR) и ентропична стойност под риск (Entropic Value-at-Risk – EVaR). CVaR има функция, наподобяваща класическата стойност под риск, но интерпретацията на стойността има значими различия. Авторът определя тези различия като: VaR определя максималната възможна загуба до коефициента на доверителност, докато CVaR определя максималната очаквана загуба след нея. По този начин, двете стойности добиват взаимнодопълващ характер, чрез използването на VaR се представя максималната нормалноочаквана загуба, а CVaR представя очакваната потенциална загуба в крайно негативния спектър на вероятностното разпределение.

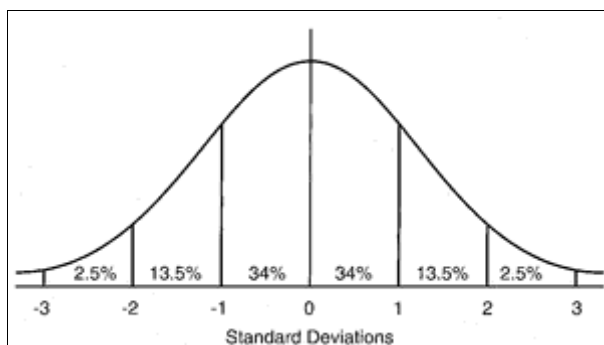
<sup>1</sup> В математическия анализ и теория на вероятностите,  $\sigma$ -алгебра или  $\sigma$ -поле се използва за групата от измерими редове за  $X$ , включваща празен ред и редовете са завършени.

<sup>2</sup> Заглавията на прилежащите характеристики са трактовка на автора, поради липсата на официален превод. Оригиналните наименования в разработката на Ахмади-Джавид са: 1 – Translational invariance; 2 – Subadditivity; 3 – Monotonicity; 4 – Positive Homogeneity.

EVaR е относително нов измерител на риска, като основите на модела са съставени и разтълкувани в разработките на Ахмади-Джавид (Ahmadi-Javid, A., 2011) и (Ahmadi-Javid A. E., 2012). Ахмади-Джавид дефинира EVaR, като нов кохерентен рисков измерител, кореспондиращ с най-горната възможна граница, получена чрез границата на Черноф и неравенството на Марков за стойността под риск и CVaR. Предимството на EVaR, върху което Ахмади-Джавид обръща внимание, е силна монотонност (III), макар и VaR и CVaR да притежават тази характеристика, при ентропичната стойност под риск тя е силно изразена (за повече информация погледни (Ahmadi-Javid, A. F.-T., 2017)). Същевременно EVaR решава редица проблеми, възникващи при оптимизация, базирана на VaR и CVaR. EVaR има редица сходства с разнородността на Кулбак-Лейблър (вж. (Kullback & Leibler, 1951), (Kullback, 1959), както и разработките на Ахмади-Джавид), познато като релативна ентропия. На база на това се дефинира група рискови измерители, наречени g-ентропични. CVaR и EVaR са представители именно на тази група.

## 2. Методология

Стойността под риск, известна като VaR (Value at risk), макар и често представяна като модел, метод или методология, е по-скоро концепция за репрезентация и измерване на риска в определен статистически ред. По същество VaR е максималната възможна загуба при определен диапазон от вероятности. Това ще рече, че VaR в класическата си форма не е кохерентен измерител на риска или определя максималната възможна загуба, без да включва в себе си цялото вероятностно разпределение, а само частта, имаща релативно обичаен характер, и не изпълнява споменатите по-горе характеристики. Често при определянето на стойността под риск се използва подход, базиран на стандартното отклонение, познат като параметрично изчисление. За измерване на диапазона от вероятностното разпределение се използва подходящият брой стандартни отклонения (съгласно теоретичното разпределение). Съответно определянето на стойността се базира на част от вероятностите, измерени от стандартното отклонение (Фигура 1), коригирано с подобрения коефициент на доверителност (най-често използваните 95% - 1,64 и 99% 2,33), като се прилага формула (1). Като алтернатива, може да се използва логнормално разпределение, при което VaR придобива значението на максимално възможната негативна доходност. В този случай получената стойност не е абсолютна, а релативно изменение в стойността (цена). Използването на логнормално разпределение е силно приложимо при портфейлна оптимизация и притежава преимуществото на сравнимост между получените стойности за различни по абсолютна стойност променливи. Това е и причина в настоящата разработка да се използва именно лог-нормална дистрибуция на изследваната извадка.



Фигура 1. Нормално разпределение.

(Използваната графика е получена от (Farlex).)

Формула (1)

$$VaR_i = Z_\alpha \times \sigma \times V_i,$$

където,

$Z_\alpha$  – избраната степен на доверителност;

$\sigma$  – стандартно отклонение;

$V$  – стойност на величината, за която се определя VaR.

Параметричният подход предлага значими удобства при определянето на VaR, позволявайки лесно моделиране в софтуерна среда (за пример MS Excel) и ограничава входящите параметри до стандартно отклонение и средна величина за извадката от данни. Останалите данни се определят на база на спецификите на търсената информация. Параметричният подход позволява значителни усложнения, целящи да подобрят качеството на използваните променливи, за тази цел могат да се приложат G-ARCH модели за по-прецизно определяне на стандартното отклонение и други.

Алтернативна техника за определяне на стойността под риск е директното използване на наблюденията, върху които се базира изчисляването на VaR, известен като историческа симулация. Тоест базовите стойности, най-често под формата на изменения или доходност, се класират в зависимост от размера и се приема стойността, получена за избрано ниво на доверителност. При подобен подход няма изискване за нормалност, тоест без значение дали разпределението на променливата има изкривявания, като ексцес или асиметрия, полученият резултат определя максималната възможна загуба в рамките на коефициента на доверителност. Подобна техника е силно приложима при измерването на риска, тъй като стъпва на минимален брой допускания, а именно приема, че ретроспективната доходност може да се приеме за очаквана. Това допускане важи за всеки метод на определяне на риска в настоящата разработка. Споменатите качества и предимства на историческата симулация го правят удобна база за сравнение и генериране на вероятностни изменения в стойността под риск.

Друга алтернатива при определянето на стойността под риск е, така наречената, Монте-Карло симулация (Abbott, 2013). В съкратен вариант този тип симулация може да се опише като метод за генериране на случайни променливи, притежаващи характеристики, които са статистически сходни с тези на изследваната стойност. Подобен подход може да се използва при отсъствие на наблюдения, при необходимост от интерполация на данни или при нужда от създаване на специфичен тип вероятностна

функция. Информация относено приложението на Монте Карло симулация, базирана на специфична вероятностна функция (GARCH), може да се получи от разработките на (Кръстева, 2016). В настоящата разработка се използва достатъчен масив от данни, като са апробирани над 500 периода и няма липсващи наблюдения, съответно не е необходимо използването на подобен подход, тъй като последващото определяне на стойността под риск е сходно с историческа симулация. Визирайки седмичната отдалеченост на наблюденията, Монте-Карло симулацията, може да се приложи за трансформацията им в дневни, но това не е необходимо за целите на настоящата разработка. Поради тези причини методът не е приложен, за да се избегне ненужно утежняване и излишно разширение на разработката.

За целите на разработката ще се използват два подхода за определяне на стойността под риск, а именно параметрично определяне на стойността, използвайки характеристиките на теоретичното нормално разпределение и историческа симулация, която е приложена за VaR и CVaR. Сравнението между получените стойности дава възможността да се определи дали параметричното изчисление на стойността получава разумни резултати, като се има в предвид общият масив от информация, върху, които се определя стойността VaR.

G-ентропичните рискови измерители на риска – CVaR и EVaR, макар и близки по определяне до VaR, имат значителни теоретични и емпирични разлики. За целите на открояването на тези различия на първо място формули (2), (3) и (4) представят разпределенията, репрезентиращи измерителите в релативна стойност:

Формула (2)

$$VaR_{1-\alpha} = \mu + Z_{\alpha} \sigma$$

Формула (3)

$$CVaR_{1-\alpha} = \mu + \frac{\phi(Z_{\alpha})}{\alpha} \sigma$$

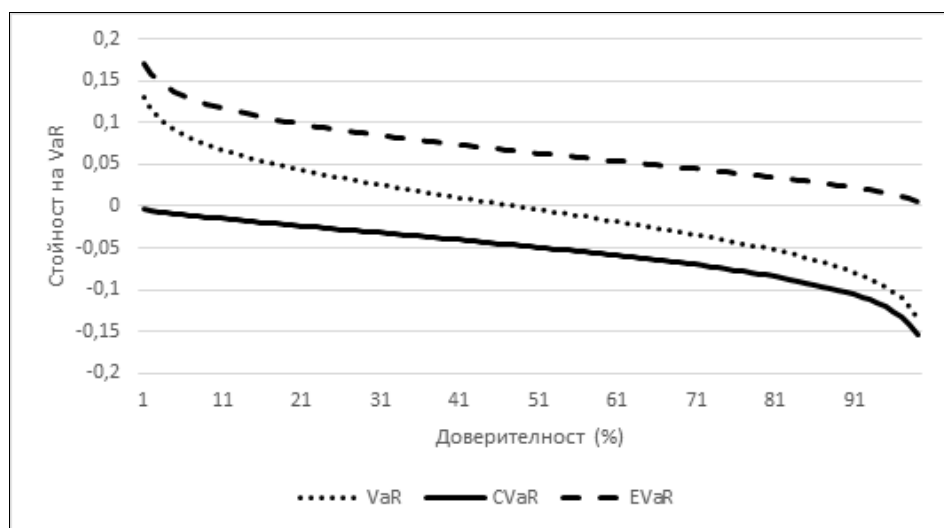
Формула (4)

$$EVaR_{1-\alpha} = \mu + \sqrt{-2 \ln \alpha} \sigma$$

При прилагането върху теоретично разпределение със средна стойност 0 и стандартно отклонение 1, при доверителност  $\alpha$  (1%, 2%, 3% ... 99%) се получават резултатите представени на Графика 1. На нея се вижда, че условната стойност под риск има стриктно негативна стойност от самото начало на разпределението, причина за това е средната стойност на теоретичното разпределение – 0, което практически означава, че стойност на CVaR има максимална стойност 0, при обгръщане на 100% от вероятностите и е редно да се изрази, като CVaR(0%), представлява очакваната загуба, след преминаването на горните 0% от разпределението – фактически имаща характер на средна величина. От друга страна, VaR има симетрична, обърната функция, което е напълно логично, тъй като представя измененията, представени от стандартното отклонение при нормално



разпределение, а при доверителност от 50% достига стойност, еквивалентна на средната величина. Вторият представител на  $g$ -ентропичните рискови показатели – EVaR – има функция, силно наподобяваща тази на CVaR, но хоризонтално отразена в позитивна посока.

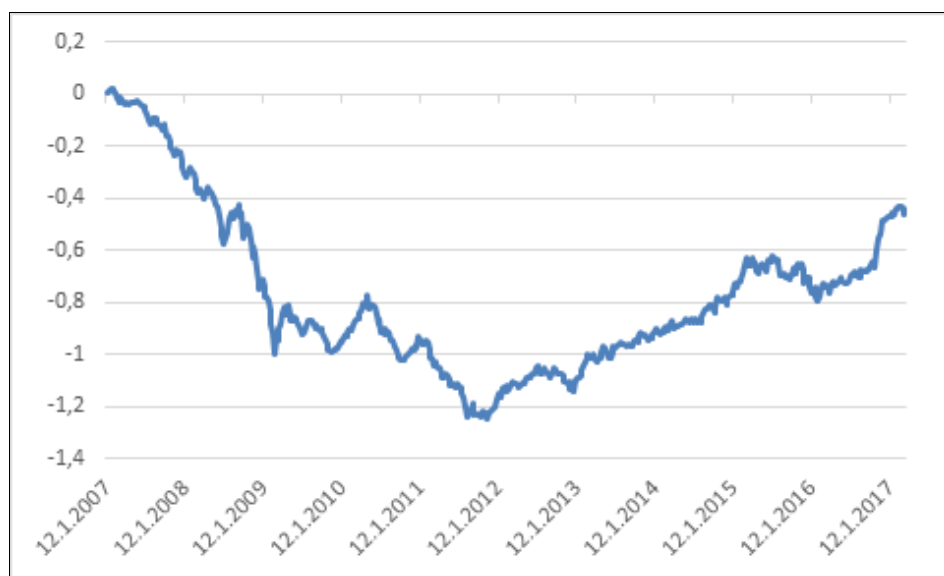


Графика 1. Теоретично разпределение на VaR, CVaR и EVaR

### 3. Емпирични резултати

За целите на настоящото изследване са използвани данни за пазарните цените на капитала на 533 банкови институции, като информацията е придобита от база данни Capital IQ за периода от 05.01.2007 до 24.03.2017 година. Използваната информация е базирана на седмични наблюдения, като се използва хоризонт от 2 години при определянето на стойността под риск или приблизително 105 наблюдения, целящо да представи измененията, настъпващи през периода. Алтернативно се определя стойността под риск за периоди от 5 и 10 години за нагледно приложение на концепциите. Получените стойности се използват без корекция на времевия хоризонт, тоест стойността под риск репрезентира максималната или вероятната негативна промяна за период от една седмица. За улесняване на читателя се предоставя агрегирана информация за направените изчисления под формата на графики и дескриптивна статистика за получените резултати. Интерпретацията на агрегатните данни може да се приеме като средната възможна стойност под риск за доходността от банковия капитал в период (седмица).

За начално представяне на използваните данни в Графика 1 се онаглеждава резултатът постигнат от портфейл с равни тегла, включващ извадката от 533 пазарни стойности на капитала на банковите институции.



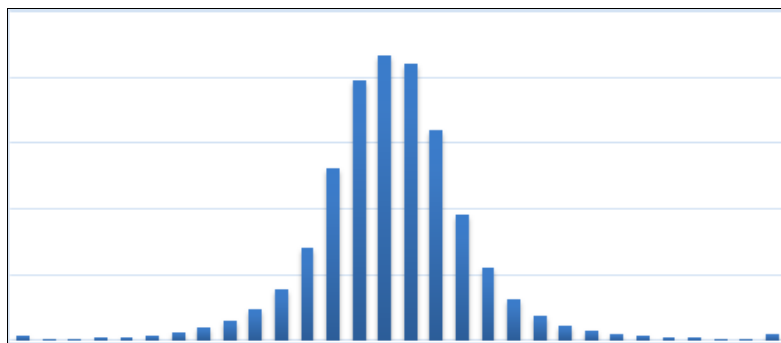
Графика 2. Портфейл с равни тегла от пазарните стойности на банковия капитал (2007-2017).

На графиката наблюдаваме логаритмичното изменение на портфейла от банков капитал. Лесно може да се забележи силното негативно изменение до 2012 година, последвано от промяна на посоката на тренда през останалата част от периода. Допълнително, чисто визуално може да се забележи свиването на волатилността, след 2012 година, тъй като измененията стават значително по-слаби и разточени във времето. На Таблица 1 са представени основните статистически показатели, характеризиращи, онагледения на Графика 2 портфейл.

Таблица 1  
Статистически показатели за портфейл с равни тегла, изграден на база банковия капитал

Момент	Общо	Преди 2012	След 2012	След 2015
Средна седмична доходност	-0.00086	-0.00463	0.00272	0.00380
Стандартно отклонение	0.01927	0.02138	0.01626	0.01885
Максимална седмична доходност	0.06637	0.05873	0.06637	0.06637
Минимална седмична доходност	-0.09786	-0.09786	-0.04978	-0.04067
Размах (Ранг)	0.16423	0.15659	0.11615	0.10703
Медиана	-0.00053	-0.00297	0.00207	0.00408
Коефициент на асиметрия (Sk)	-0.05229	-0.23201	0.12045	-0.04531

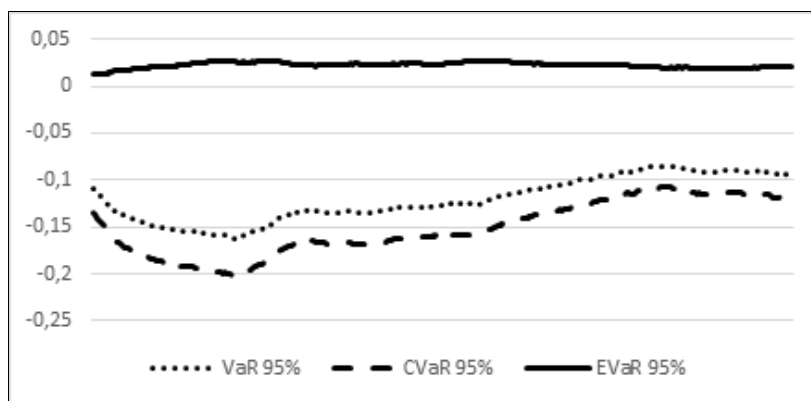
На Таблица 1, както бе споменато за предходящата графика, се вижда разликата в средната доходност от портфейла, като преди 2012 стойността е отрицателна, а след този момент – положителна. В последните години се наблюдава тренд на допълнително покачване на средната доходност, която може да се приеме за очаквана. Наблюдава се по-висока стойност на волатилността (стандартното отклонение) на портфейла преди 2012 година, а след този момент стойността се свива, като последните години (след 2015), волатилността отново започва да нараства, което може да бъде забелязано и на Графика 2. Максимално достигнатата седмична доходност от портфейла се запазва относително константна пред трите разгледани времеви извадки, но минимално достигнатите доходности значително намаляват след 2012 и запазват тренда си на понижаване, което е рефлектирано и от размаха на извадката. За измерване на асиметрията в извадката е използван коефициента на Юл, като получените резултати от него са в допустими норми. Очаквано, най-силно изразена асиметрия се наблюдава преди 2012 година, като рамото е изместено вляво, причинено от световната финансова криза, предхождаща този момент.



Фигура 2. Дистрибуция на целия масив от данни

Фигура 2 представя вероятностното разпределение, средно за целия масив от данни. Графиката е изградена, чрез разделянето на наблюденията за всеки от разгледаните активи в 30 групи на база ранг, последвано от определяне на средна стойност за броя наблюдения в група. Макар и графиката да не може да се използва като перфектен представител за вероятностната дистрибуция на всички изследвани активи, чрез нея може да се направи допускането, че поне по-голямата част от изследваните стойности имат подобна вероятностна функция. Това, което може да се очаква на база на представената графика, е наличието на дебели опашки в разпределението. При параметричното определяне на VaR и CVaR това би довело до получаването на по-малки очаквани загуби, тъй като вероятността за релативно големи загуби е по-голяма при емпиричното разпределение на стойностите.

Графика 3 представя двугодишното изменение на стойността под риск и условна стойност под риск на база параметрично определяне и историческа симулация. Тъй като при използването на толкова кратки периоди за стойността под риск е непрактично да се прилага висок коефициент на доверителност, се използва  $Z=95\%$ . На графиката може да се види, че стойността на VaR и CVaR имат висока сходност на измененията, което говори за отсъствието на екстремални стойности в периода, причина за това не са реалните стойности, а използването на параметрично определяне на стойността, което на практика, означава, че изменението е базирано на теоретично разпределение. Съответно паралелното движение на стойността под риск е напълно очаквано и гарантирано.

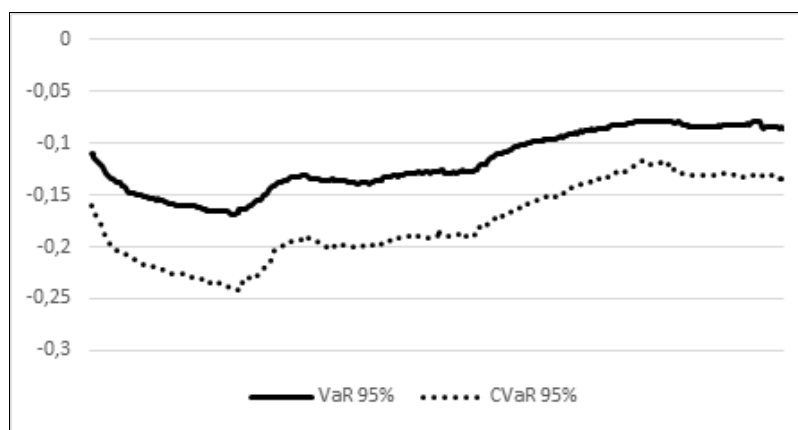


Графика 3. Параметрично определяне на VaR, CVaR и EVaR (2009–2017)

Това, което прави впечатление на графиката, е ниското изменение на ентропичната стойност под риск в периода. Погледнато в отношение спрямо останалите форми на стойността под риск, може да се твърди, че вероятностното разпределение се разширява около 2009–2011 година, съпроводено с нарастване на стойностите от наблюденията. Това илюстрира допълнителната информация, представяна от обединението на повече от един долен рисков измерител, макар и EVaR да не е перфектна репрезентация на такъв. Същевременно в част от периодите се наблюдава свиване между VaR и CvaR, което сочи, че в тези периоди се наблюдава свиване на разпределението към средната си стойност. На графиката може ясно да се забележи свиването на размера на очакваните загуби при негативно развитие на стойностите, което практически означава, че банковият капитал става по-сигурен инвестиционен актив, спрямо предходните периоди. На графиката също може да се забележи, че границите на възможните загуби частично нарастват в периодите след 2015 година, което е възможно да бъде обвързано с постепенното навлизане на така наречената

регулаторната рамка Базел III. Причина за това могат да бъдат измененията във фундаменталните стойности на банковите институции, неминуемо рефлектиращи върху доходността от банковата дейност и структурата на банковия инвестиционен портфейл.

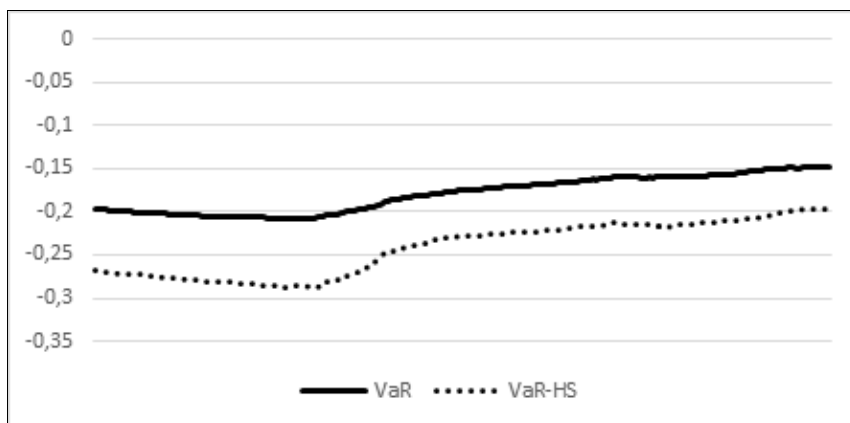
Графика 4 представя исторически симулираните стойности на рисковите показатели VaR и CVaR за същия период:



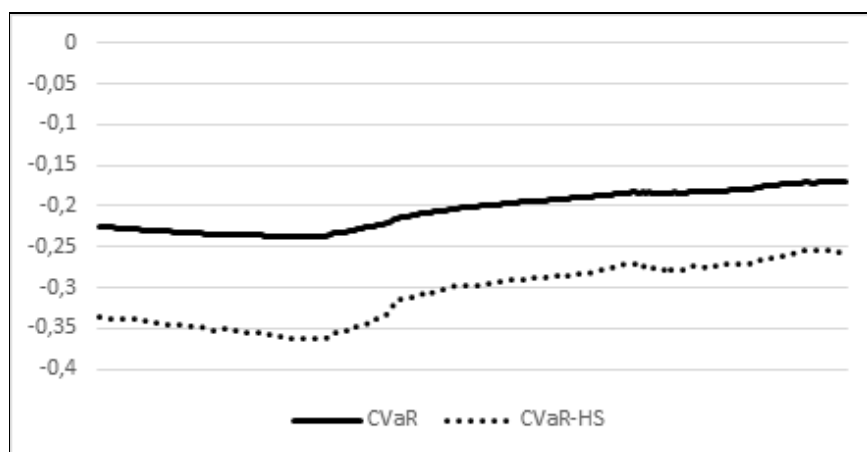
Графика 4. Исторически симулирани стойности на VaR и CVaR (2009–2017)

В историческата симулация на стойностите на VaR и CVaR може да се наблюдава синхрон на движението, с малки отклонения, тъй като стойността на CVaR е по-голяма в съотношение със стойността на VaR. Отклоненията при оценяването на неагрегатни данни са значително по-високи, но поради, големия брой наблюдения стойностите на вероятностното разпределение се доближават максимално до теоретичното нормално разпределение. Същевременно Графика 4 затвърждава наблюденията от Графика 3 за частично увеличение на очакваните загуби след 2015 година.

На Графики 5а и 5б, са представени последователно резултатите от прилагането на VaR и CVaR при доверителност от 99%, като на всяка от графиките са представени резултати от параметрично определяне на стойността под риск и историческа симулация (HS – historical simulation). Резултатите силно наподобяват тези, получени при доверителност от 95%, но има значително ескалиране на отклоненията между историческа симулация и параметрично определяне. Логично това е породено от неточностите на използваните входни променливи при определянето на параметричните стойности под риск, тъй като, макар и вероятностното разпределение да е близо до нормално, в него присъстват така наречените дебели опашки или струпувания в края на разпределението.

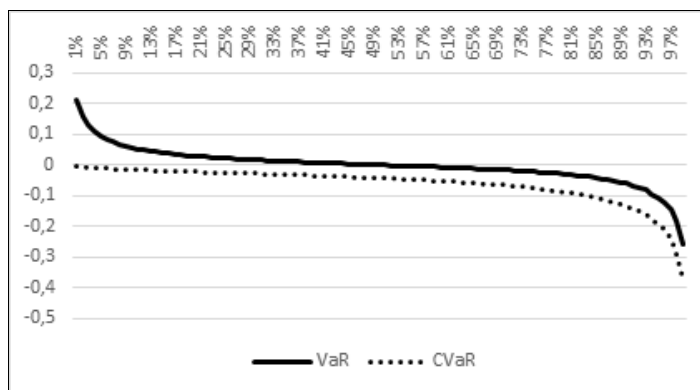


Графика 5а. Стойност под риск  $\alpha=99\%$ , параметричен и историческа симулация (VaR-HS)

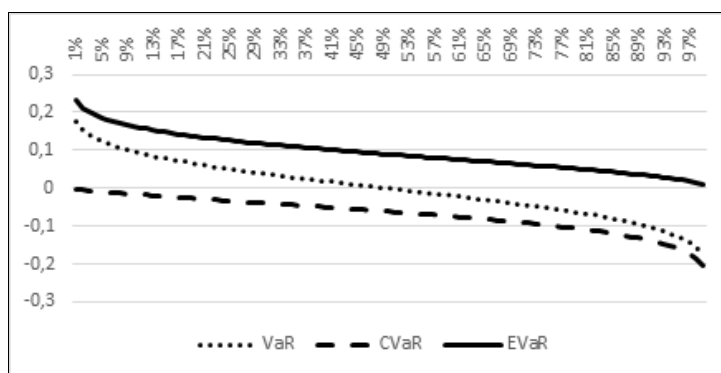


Графика 5б. Условна стойност под риск  $\alpha=99\%$ , параметричен и историческа симулация (CVaR-HS)

На Графиките 5а и 5б, също се забелязва отсъствие на наблюдаваните по-горе рискови изменения след 2015 година (Графики 3 и 4) Причина за това е увеличението на коефициента на доверителност, тоест в случая се използват 99% от вероятностното разпределение (или стойностите след тях), а в предходните графики 95% (или стойностите след тях), като същевременно се използва по-голям брой наблюдения за определяне на рисковите измерители. Допълнително подобно наблюдение може да се потвърди от ограничаването на екстремалните стойности на доходността.



Графика ба. Разпределение на симулирани VaR и CVaR



Графика бб. Разпределение на параметрични VaR, CVaR и EVaR

На Графики ба и бб са представени измененията на VaR, CVaR и EVaR при различни коефициенти на доверителност. Графика ба представя стойностите определени на историческа база. Графика бб е определена на параметрична база и строго следва Графика 1, тъй като е построена върху теоретичното разпределение. Интерес в случая е графика ба, тъй като през по-голямата част от вероятностното разпределение стойностите са относително консистентни, но в краищата има остра промяна, което отново е продиктувано от наличието на екстремуми.

Графика 7 представя резултатите, постигнати чрез оптимизация на портфейл от 100-те актива с най-ниска условна стойност под риск, базирана на ентропичната стойност под риск (EVaR), целта на подобен подход на оптимизация е създаването на „оптимален“ нискорисков портфейл. В таблицата под графиката са представени основните статистически измерители, целящи да измерят риска, както за периода на тест (2012 – 2017 година), така и базовите променливи използвани в оптимизацията (2007 –

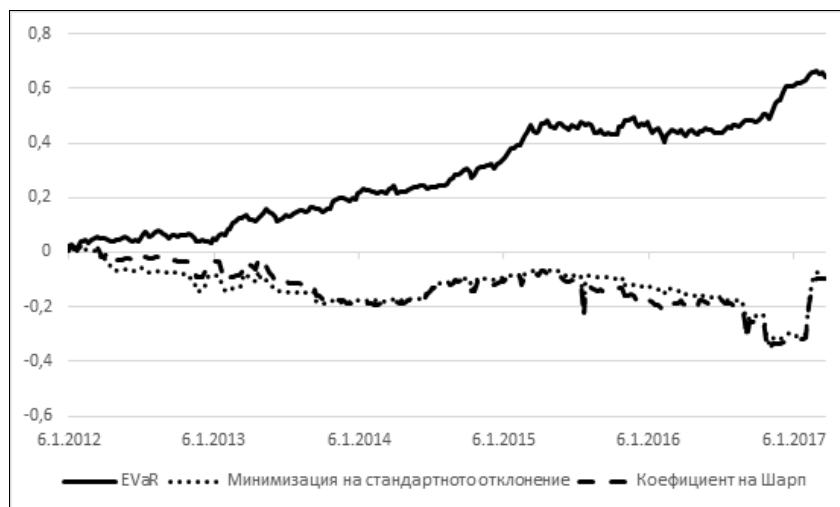
2012 година), като е включена обобщена статистика на портфейла през целия период, използван в извадката.



Графика 7. Портфейл базиран на EVaR

На Графика 8 е представено тестването на EVaR базирания портфейл спрямо портфейл, минимализиращ стандартното отклонение, и портфейл оптимизиран на база коефициента на Шарп (Пътев & Канарян, 2008). От графиката ясно може да се види, че ретроспективно портфейл, базиран на EVaR, дава най-добри резултати – най-висока доходност, при минимални количества риск. Това демонстрира способността на ентропичната стойност под риск, до известна степен да потиска аномалните пазарни условия (тъй като използваните данни за оптимизацията са в периода на световната финансова криза 2007–2012), приемайки алтернативна част от вероятностното разпределение. Предходните графики, представящи ентропичната стойност под риск, илюстрират наречената от Ахмади Джавид (Ahmadi-Javid, A. F.-T., 2017) силна монотонност на показателя, потвърдена от представения по-долу портфейл и ниската променливост на стойността в предходните графики.





Графика 8. Сравнение между ретропективното изпълнение на портфейл, базиран на EVaR, минимизация на стандартното отклонение и коефициент на Шарп

Таблица 2

Статистически характеристики на представените портфейли

Портфейл	EVaR			Минимизация на волатилността			Коефициент на Шарп		
	Изпълнение	База	Целия период	Изпълнение	База	Целия период	Изпълнение	База	Целия период
Доходност	12.27%	-10.56%	1.14%	-1.44%	-0.47%	-0.97%	-1.87%	6.30%	2.11%
Стандартно отклонение	0.076	0.094	0.087	0.135	0.036	0.100	0.136	0.053	0.104
Максимална седмична доходност	3.05% #	#	#	11.85% #	#	#	11.63% #	#	#
Минимална седмична доходност	-2.73% #	#	#	-13.59% #	#	#	14.02% #	#	#
Размах (ранг)	5.78% #	#	#	25.43% #	#	#	25.66% #	#	#

На Таблица 2 са представени статистическите показатели, характеризиращи портфейлите през периода на оптимизация и изпълнението им след него. Това което може да се забележи, е, че EVaR базирания портфейл дава по-ниски стойности на стандартното отклонение в периода на ретропективен анализ от портфейл, реално минимализиращ стандартното отклонение и доходност съизмерима с тази на портфейл оптимизиращ на база коефициента на Шарп. Представените данни могат да ни на-

сочат към твърдението, че използването на EVaR като база на портфейлна оптимизация в екстремални моменти дава по-добри резултати както от страна на доходността, така и от рисковия аспект на портфейла изграден на база „замърсена“<sup>3</sup> информация.

### **Заклучение**

Базирайки се на теоретичната постановка и графичните показатели, може да се твърди, че стойността под риск като показател сам по себе си носи ограничена информация и може лесно да бъде заменен от директно използване на стандартно отклонение. От друга страна, в комбинация с CVaR и EVaR стойността става доста по-значима, спомагайки за изграждането на представа за измененията в самото разпределение. Там се представя разрывът между максимално очакваната загуба в нормални условия и нормално очакваната загуба с ниска вероятност от събждане.

При използването на алтернативи за определянето на стойността под риск показателят придобива много по-голяма значимост, тъй като избягва използването на параметрични показатели, предполагащи еквивалентност с теоретичното разпределение. В този случай, базирайки изчисленията върху историческа симулация, може да се даде по-точна оценка за рисковата експозиция особено ако се използва VaR за измерване на риска в нормални условия, CVaR – за защита срещу екстремални условия и EVaR – за допълване на информацията и оптимизация (макар и приложен чрез параметричен подход). Това недвусмислено се доказва от приложените модели, онагледени с графики.

На база направения ретроспективен анализ върху портфейл, изграден на база оптимизация, основана върху EVaR, може да се твърди, че стойността дава значително по-добри резултати от класическите оптимизационни модели при използването на данни през кризисни периоди, като използва алтернативна част от вероятностното разпределение.

### **Използвани източници:**

Адамов, В., Холст, Д., & Захариев, А. (2006). *Финансов анализ*. В. Търново: АБАГАР.

Божинов, Б. (2013). *Актуални аспекти на банковата политика*. Свищов: Академично издателство "Ценов".

---

<sup>3</sup> Под „замърсена“ информация се има предвид наличието на екстремални стойности в изследваната извадка и наличието на фиктивен тренд и корелация, породени от кризата.

- Захариев, А., Ангелов, А., Ганчев, А., Тодоров, Ж., Братанов, П., Илиев, Н., & Петков, К. (2016). *Финансов анализ*. Свищов: Фабер.
- Кръстева, Г. (2016). Оценкаване и прогнозиране на пазарния риск на българските публични нефинансови дружества. *Алманах научни изследвания на докторанти*, 28-58.
- Пътев, П., & Канарян, Н. (2008). *Управление на портфейла*. В. Търново: АБАГАР.
- Симеонов, С. (2017). Прецизиране на инвестиционните решения относно пазарния риск за инструменти на Българската Фонова Борса. *Съвременни предизвикателства пред финансовата наука в променяща се Европа*, 72-77.
- Abbott, K. (2013, Fall). Value At Risk (VAR) Models. *MIT 18.S096 Topics in Mathematics with Applications in Finance*, <https://www.youtube.com/watch?v=92WaNz9mPeY>. MIT OpenCourseWare.
- Ahmadi-Javid, A. (2011). An information-theoretic approach to constructing coherent risk measures . *Proceedings of IEEE International Symposium of Information Theory, St. Petersburg*, 2125-2127.
- Ahmadi-Javid, A. E. (2012). Entropic Value-at-Risk: A New Coherent Risk Measure. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 1105-1123.
- Ahmadi-Javid, A. F.-T. (2017). Portfolio Optimization with Entropic Value-at-Risk.
- Ahmadi-Javid, A. P. (2017). An analytical study of Norms and Banach spaces induced by the entropic value-at-risk. *Mathematics and Financial Economics*.
- Artzner, P. D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9(3), 203-227.
- Farlex, T. F. (n.d.). Normal Distribution. pp. <http://medical-dictionary.thefreedictionary.com/normal+distribution>.
- Kisiala, J. (2015). *Conditional Value-at-Risk: Theory and Applications*. Edinburgh: Dissertation Presented for the Degree of MSc in Operational Research.
- Kullback, S. (1959). *Information Theory and Statistics*. John Wiley & Sons.
- Kullback, S., & Leibler, R. (1951). On information and sufficiency. *Annals of Mathematical Statistics* 22, 79-86.
- Taleb, N. (2007). *The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable*. New York: Random House and Penguin. .