

ЩЕ ИЗЧЕЗНЕ ЛИ БЪЛГАРСКАТА НАЦИЯ ПРЕЗ XXI ВЕК?

Гл. ас. д-р Стефан Стефанов
Катедра "Математика и статистика", [СА "Д. А. Ценов" - Свищов](#)

(Продължение от брой 3)

Резюме: В работата се разглеждат измененията на основните демографски показатели на българската нация при прехода ѝ към пазарна икономика и интегрирането ѝ към икономически развитите страни на Европа. Присъединяването ѝ се очаква да бъде процес на повишаване икономическото равнище и възприемане на нов модел за развитие на икономиката на страната, което ще доведе до подобряване на демографските ѝ показатели и ще спомогне за запазването и оцеляването ѝ през XXI век, въпреки изпитваните трудности понастоящем. Прилага се регресионния статистически анализ за изглаждане по права линия (линейна функция) и по парабола (квадратна функция) на броя на населението, на коефициентите на раждаемост, смъртност и естествен прираст на населението на страната за периода 1992-1999 г. и отделно за периода 1992-2000 г. и използване при прогнозирането на тези показатели на онази от тях, която дава по-малка средна квадратична (стандартна) грешка. Направени са конкретни изводи на основата на ползваните реални данни, публикувани в специализираните издания на НСИ, и получените резултати от извършените прогнози чрез приложението на регресионния статистически анализ се сравняват с тези данни.

JEL класификация: C0, J10, J11, J17

9. Прогнозиране изменението на коефициентите на обща плодовитост до 2005 г.

Коефициента на обща плодовитост (специфичен коефициент на раждаемост) се изчислява като отношение на броя на родените деца (приведени към една година) към средното женско население от 15 до 49 навършени години, т.е. за всички възрасти на майката от фертилния интервал. Ще приведем данни за коефициентите на обща плодовитост за периода 1992-1999 г. в табл. 37 и графично на граф. 9, които ще използваме за прогнозирането им през следващите пет години.

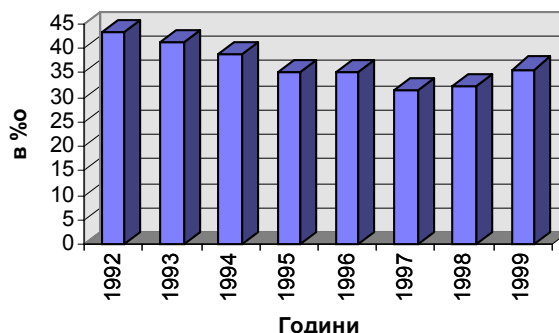
Таблица 37

Коефициенти на обща плодовитост¹ за периода 1992-1999 г.

Показател /Година	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Коеф. обща плодовитост (в ‰)	43,4	41,2	38,7	35,0	35,2	31,4	32,2	35,8

¹ Статистически годишник, НСИ, София 2000, с. 47.

**Коефициент на обща плодовитост за периода
1992-1999 г.**



Графика 9

Изчисленията при приложението на регресионния статистически анализ за изглаждане по права линия (линейна функция) при изменение на коефициентите на обща плодовитост [OP(t)] за населението на страната по данни от втория ред на табл. 37, са дадени в колона трета на табл. 38:

Таблица 38

Реални и изгладени стойности за OP(t) и сумарна грешка

Год.	t	OP(t)	t.OP(t)	OP(t)*	OP(t)*-OP(t)	[OP(t)*-OP(t)] ²
1992	1	43,4	43,4	41,6083	-1,7917	3,2101889
1993	2	41,2	82,4	40,1809	-1,0191	1,0385648
1994	3	38,7	116,1	38,7535	0,0375	0,0014062
1995	4	35,0	140,0	37,3261	2,3261	5,4107412
1996	5	35,2	176,0	35,8987	0,6987	0,4881816
1997	6	31,4	188,4	34,4713	3,0713	9,4328837
1998	7	32,2	225,4	33,0439	0,8439	0,7121672
1999	8	35,8	286,4	31,6165	-4,1835	17,501672
Общо	36	292,9	1258,1	292,9012	0,1169	37,797269

Прилагайки изложената методика се получава нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 38, имаща вида:

$$\begin{cases} 36.a + 8.b = 292,9 \\ 204.a + 36.b = 1258,1 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-1,4274$, $b=43,0357$. Тогава линейната функция, използвана за изглаждане на стойностите на коефициентите на обща плодовитост за населението на страната, е $y=OP(t)=-1,4274.t+43,0357$. Посредством нея чрез заместване на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 се получават изгладените (теоретичните) стойности на коефициентите на обща плодовитост OP(t), представени в колона пета на табл. 38, са:

$$\begin{aligned} y(1)=OP(1)_{1992} &= -1,4274.1+43,0357=41,6083\%_0 \quad (\approx 41,6\%_0); \\ y(2)=OP(2)_{1993} &= -1,4274.2+43,0357=40,1809\%_0 \quad (\approx 40,2\%_0); \\ y(3)=OP(3)_{1994} &= -1,4274.3+43,0357=38,7535\%_0 \quad (\approx 38,8\%_0); \\ y(4)=OP(4)_{1995} &= -1,4274.4+43,0357=37,3261\%_0 \quad (\approx 37,3\%_0); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y(5) &= OP(5)_{1996} = -1,4274.5 + 43,0357 = 35,8987\%_0 \quad (\approx 35,9\%_0); \\
 y(6) &= OP(6)_{1997} = -1,4274.6 + 43,0357 = 34,4713\%_0 \quad (\approx 34,5\%_0); \\
 y(7) &= OP(7)_{1998} = -1,4274.7 + 43,0357 = 33,0439\%_0 \quad (\approx 33,0\%_0); \\
 y(8) &= OP(8)_{1999} = -1,4274.8 + 43,0357 = 31,6065\%_0 \quad (\approx 31,6\%_0).
 \end{aligned}$$

Тогава сумарната грешка от вторите степени на отклоненията, взета от последния ред на колона седма на табл. е $u=37,797269$. Изчислената средна квадратична (стандартна) грешка (s), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{37,797269}{8}} = 2,173628.$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по крива линия от втора степен (квадратна функция) при изменение на коефициентите на обща плодовитост $[OP(t)]$ за населението по данни от втория ред на табл. 37, са дадени в колона трета на табл. 39:

Таблица 39

Реални и изгладени стойности за $OP(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	OP(t)	t.OP(t)	OP(t)*	OP(t)*-OP(t)	$[OP(t)*- OP(t)]^2$
1992	1	43,4	43,4	44,3791	0,9791	0,9586368
1993	2	41,2	82,4	40,5766	-0,6234	0,3886275
1994	3	38,7	116,1	37,5657	-1,1343	1,2866365
1995	4	35,0	140,0	35,3464	0,3464	0,1199929
1996	5	35,2	176,0	33,9187	-1,2812	1,6417297
1997	6	31,4	188,4	33,2826	1,8826	3,5441828
1998	7	32,2	225,4	33,4381	1,2381	1,5328916
1999	8	35,8	286,4	34,3852	-1,4148	2,0016590
Общо	36	292,9	1258,1	292,9034	0,0169	11,4743498

Системата нормални уравнения при изглаждане по квадратна функция (по (2)) има вида:

$$\begin{cases}
 204.a + 36.b + 8.c = 292,9 \\
 1296.a + 204.b + 36.c = 1258,1 \\
 8772.a + 1296.b + 204.c = 6995,9
 \end{cases}$$

решенията на която са $a=0,3958$, $b=-4,9899$ и $c=48,9732$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане на стойностите на коефициента на обща плодовитост, е $y=OP(t)=0,3958.t^2-4,9899.t+48,9732$ откъдето изгладените чрез нея стойности, представени в колона пета на табл. 39, са

$$\begin{aligned}
 y(1) &= OP(1)_{1992} = 0,3958.1^2 - 4,9899.1 + 48,9732 = 44,3791 \quad (\approx 49,0\%_0); \\
 y(2) &= OP(2)_{1993} = 0,3958.1^2 - 4,9899.1 + 48,9732 = 40,5766 \quad (\approx 40,6\%_0); \\
 y(3) &= OP(3)_{1994} = 0,3958.1^2 - 4,9899.1 + 48,9732 = 37,5657 \quad (\approx 37,6\%_0); \\
 y(4) &= OP(4)_{1995} = 0,3958.1^2 - 4,9899.1 + 48,9732 = 35,3464 \quad (\approx 35,3\%_0); \\
 y(5) &= OP(5)_{1996} = 0,3958.1^2 - 4,9899.1 + 48,9732 = 33,9187 \quad (\approx 33,9\%_0); \\
 y(6) &= OP(6)_{1997} = 0,3958.1^2 - 4,9899.1 + 48,9732 = 33,2826 \quad (\approx 33,3\%_0); \\
 y(7) &= OP(7)_{1998} = 0,3958.1^2 - 4,9899.1 + 48,9732 = 33,4381 \quad (\approx 33,4\%_0); \\
 y(8) &= OP(8)_{1999} = 0,3958.1^2 - 4,9899.1 + 48,9732 = 34,3852 \quad (\approx 34,4\%_0);
 \end{aligned}$$

Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=0,7204752$, откъдето средната квадратична (стандартна) грешка (s) е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{11,474349}{8}} = 1,19762.$$

Сравнението между двете стандартни грешки ($2,173628 > 1,19762$) показва, че е удачно използването на квадратната функция за намиране на прогнозните стойности на коефициентите на обща плодовитост. За целта заместваме t със значенията 9, 10, 11, 12, 13 и 14 в квадратната функция $y=OP(t)=0,3958.t^2-4,9899.t+48,9732$ за да се намерят прогнозните резултати за всяка от годините от 2000 до 2005 г., като в тях са включени 2000 г. и 2001 г. тъй като реалните данни за тях не са публикувани до настоящия момент:

$$\begin{aligned} y(9) &= OP(9)_{2000} = 0,3958.9^2 - 4,9899.9 + 48,9732 = 36,1339\%_0 \quad (\approx 36,1\%_0); \\ y(10) &= OP(10)_{2001} = 0,3958.10^2 - 4,9899.10 + 48,9732 = 38,6542\%_0 \quad (\approx 38,7\%_0); \\ y(11) &= OP(11)_{2002} = 0,3958.11^2 - 4,9899.11 + 48,9732 = 41,9761\%_0 \quad (\approx 42,0\%_0); \\ y(12) &= OP(12)_{2003} = 0,3958.12^2 - 4,9899.12 + 48,9732 = 46,0896\%_0 \quad (\approx 46,1\%_0); \\ y(13) &= OP(13)_{2004} = 0,3958.13^2 - 4,9899.13 + 48,9732 = 50,9947\%_0 \quad (\approx 51,0\%_0); \\ y(14) &= OP(14)_{2005} = 0,3958.14^2 - 4,9899.14 + 48,9732 = 56,6914\%_0 \quad (\approx 56,7\%_0); \end{aligned}$$

Получената прогнозна стойност за коефициента на обща плодовитост на населението за 1999 г. е $34,3852\%_0$, а публикуваната стойност за същата година е $35,8\%_0$, което показва не голямо отклонение от $1,4148\%_0$ и следователно така намерената квадратна функция може да се използва за прогнозна дейност. Получените прогнозни стойности показват нарастване на коефициентите на обща плодовитост за всяка от годините от периода от 2000 г. до 2005 г., започнало още от 1998 г., което е важен положителен момент за населението на страната.

10. Прогнозиране изменението на средната възраст на майката при раждане на първо дете (в год.) до 2005 г.

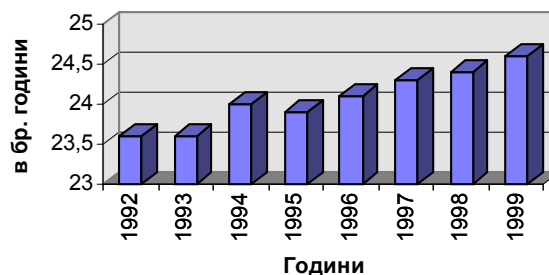
Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по права линия при изменение средната възраст на майката при раждане на първо дете $[VM(t)]$ по данни от втория ред на табл. 40, са дадени в колона трета на табл. 41 и графично на граф. 10:

Таблица 40

Средна възраст на майката при раждане на първо дете за периода 1992-1999

Показател / Год.	Г.							
	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Ср. възр. майката (в год.)	23,6	23,6	24,0	23,9	24,1	24,3	24,4	24,6

Средна възраст на майката при раждане на първо дете за периода 1992-1999 г.



Графика 10

Таблица 41

Реални и изгладени стойности за VM(t) и сумарна грешка

Год.	t	VM(t)	t.VM(t)	VM(t)*	VM(t)*- VM(t)	[VM(t)*-VM(t)] ²
1992	1	23,6	23,6	23,5583	-0,0417	0,0017388
1993	2	23,6	47,2	23,7023	0,1023	0,0104652
1994	3	24,0	72,0	23,8463	-0,1537	0,0236236
1995	4	23,9	95,6	23,9903	0,0903	0,0081540
1996	5	24,1	120,5	24,1343	0,0343	0,0011764
1997	6	24,3	145,8	24,2783	-0,0217	0,0004708
1998	7	24,4	170,8	24,4223	0,0223	0,0004972
1999	8	24,6	198,8	24,5663	-0,0337	0,0011356
Общо	36	192,5	872,3	192,5146	0,0000	0,0472621

Нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 11, има вида:

$$\begin{cases} 36.a + 8.b = 192,5 \\ 204.a + 36.b = 872,3 \end{cases}$$

решенията на която са $a=0,144$, $b=23,4143$.

Тогава линейната функция, използвана за изглаждане стойностите на средната възраст на майката при раждане на първо дете, е $y=0,1440.t+23,4143$. При заместване в получената линейна (от първа степен) функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените чрез нея стойности:

$$\begin{aligned} y(1) &= VM(1)_{1992} = 0,1440.1 + 23,4143 = 23,5583 \quad (\approx 23,6 \text{ г.}); \\ y(2) &= VM(2)_{1993} = 0,1440.2 + 23,4143 = 23,7023 \quad (\approx 23,7 \text{ г.}); \\ y(3) &= VM(3)_{1994} = 0,1440.3 + 23,4143 = 23,8463 \quad (\approx 23,8 \text{ г.}); \\ y(4) &= VM(4)_{1995} = 0,1440.4 + 23,4143 = 23,9903 \quad (\approx 24,0 \text{ г.}); \\ y(5) &= VM(5)_{1996} = 0,1440.5 + 23,4143 = 24,1343 \quad (\approx 24,1 \text{ г.}); \\ y(6) &= VM(6)_{1997} = 0,1440.6 + 23,4143 = 24,2783 \quad (\approx 24,3 \text{ г.}); \\ y(7) &= VM(7)_{1998} = 0,1440.7 + 23,4143 = 24,4223 \quad (\approx 24,4 \text{ г.}); \\ y(8) &= VM(8)_{1999} = 0,1440.8 + 23,4143 = 24,5663 \quad (\approx 24,6 \text{ г.}); \end{aligned}$$

Същите са представени в колона пета на табл. 41. В колона шеста са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона седма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=0,0472621$, получена в последния ред на колона седма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s) се определя по формула (3). Тогава стандартната грешка при линейно изглаждане е

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,0472821}{8}} = 0,076862 .$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по крива линия от втора степен (квадратна функция) при изменение на средната възраст на майката при раждане на първо дете $[VM(t)]$ по данни от втория ред на табл. 40, са дадени в колона трета на табл. 42:

Таблица 42

Реални и изгладени стойности на $VM(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	VM(t)	t ²	t.VM(t)	VM(t)*	VM(t)*- VM(t)	[VM(t)*- VM(t)] ²
1992	1	23,6	1	23,6	23,5792	-0,0208	0,0004326
1993	2	23,6	4	47,2	23,7055	0,1055	0,0111302
1994	3	24,0	9	72,0	23,8378	-0,1622	0,0263088
1995	4	23,9	16	95,6	23,9761	0,0761	0,0057912
1996	5	24,1	25	120,5	24,2040	0,1040	0,0108160
1997	6	24,3	36	145,8	24,2707	-0,0293	0,0008584
1998	7	24,4	49	275,8	24,4270	0,0270	0,0007290
1999	8	24,6	64	170,8	24,5893	-0,0107	0,0001144
Общо	36	192,5	204	872,3	192,5146	0,0000	0,0457736

Нормалната система уравнения, чиито коефициенти са елементи на втора, трета и четвърта колона от последния ред на табл. 42, има вида:

$$\begin{cases} 204.a + 36.b + 8.c = 192,5 \\ 1296.a + 204.b + 36.c = 872,3 \\ 8772.a + 1296.b + 204.c = 4963,7 \end{cases}$$

решенията на която са $a=0,0030$, $b=0,1173$ и $c=23,4589$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане на стойностите на средната възраст на майката при раждане на първо дете, е $y=0,0030.t^2+0,1173.t+23,4589$.

При заместване в намерената функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените стойности:

$$\begin{aligned} y(1) &= VM(1)_{1992} = 0,0030.1^2 + 0,1173.1 + 23,4589 = 23,5792 \quad (\approx 23,6 \text{ г.}); \\ y(2) &= VM(2)_{1993} = 0,0030.2^2 + 0,1173.2 + 23,4589 = 23,7055 \quad (\approx 23,7 \text{ г.}); \\ y(3) &= VM(3)_{1994} = 0,0030.3^2 + 0,1173.3 + 23,4589 = 23,5838 \quad (\approx 23,8 \text{ г.}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y(4) &= VM(4)_{1995} = 0,0030 \cdot 4^2 + 0,1173 \cdot 4 + 23,4589 = 23,9761 \quad (\approx 24,0 \text{ г.}); \\
 y(5) &= VM(5)_{1996} = 0,0030 \cdot 5^2 + 0,1173 \cdot 5 + 23,4589 = 24,1204 \quad (\approx 24,1 \text{ г.}); \\
 y(6) &= VM(6)_{1997} = 0,0030 \cdot 6^2 + 0,1173 \cdot 6 + 23,4589 = 24,2707 \quad (\approx 24,3 \text{ г.}); \\
 y(7) &= VM(7)_{1998} = 0,0030 \cdot 7^2 + 0,1173 \cdot 7 + 23,4589 = 24,4270 \quad (\approx 24,4 \text{ г.}); \\
 y(8) &= VM(8)_{1999} = 0,0030 \cdot 8^2 + 0,1173 \cdot 8 + 23,4589 = 24,5893 \quad (\approx 24,6 \text{ г.}).
 \end{aligned}$$

Същите са представени в колона шеста на табл. 42. В колона седма са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона осма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията $u=0,0457736$, е получена в последния ред на колона осма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s), получена по показаната формула (3), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,0457736}{8}} = 0,075642.$$

След сравняване на двете стандартни грешки ($0,076862 > 0,075642$) се установява, че по-малка е тази при изглаждане по квадратна функция. Това показва, че изгладените посредством нея стойности са по-близки до реалните стойности за средната възраст на майката при раждане на първо дете. Следователно е удачно да се използва същата за прогнозиране на средната възраст на майката при раждане на първо дете за следващите например шест години. За целта заместваме в квадратната функция t със значенията 9, 10, 11, 12, 13 и 14 за да намерим прогнозните резултати за всяка от годините от 2000 до 2005 г. Данните за 2000 и 2001 г. не са публикувани до настоящия момент и затова ги включваме към годините, за които ще се прави прогноза:

$$\begin{aligned}
 y(9) &= VM(9)_{2000} = 0,0030 \cdot 9^2 + 0,1173 \cdot 9 + 23,4589 = 24,7576 \quad (\approx 24,8 \text{ г.}); \\
 y(10) &= VM(10)_{2001} = 0,0030 \cdot 10^2 + 0,1173 \cdot 10 + 23,4589 = 24,9319 \quad (\approx 24,9 \text{ г.}); \\
 y(11) &= VM(11)_{2002} = 0,0030 \cdot 11^2 + 0,1173 \cdot 11 + 23,4589 = 25,1122 \quad (\approx 25,1 \text{ г.}); \\
 y(12) &= VM(12)_{2003} = 0,0030 \cdot 12^2 + 0,1173 \cdot 12 + 23,4589 = 25,2985 \quad (\approx 25,3 \text{ г.}); \\
 y(13) &= VM(13)_{2004} = 0,0030 \cdot 13^2 + 0,1173 \cdot 13 + 23,4589 = 25,4908 \quad (\approx 25,5 \text{ г.}); \\
 y(14) &= VM(14)_{2005} = 0,0030 \cdot 14^2 + 0,1173 \cdot 14 + 23,4589 = 25,6891 \quad (\approx 25,7 \text{ г.});
 \end{aligned}$$

Получената прогнозна стойност за средната възраст на населението в страната за 1999 г. е 24,5893 г. и реалната е 24,6 г., което показва несъществено отклонение от 0,0107 г. и следователно получената квадратна функция може да се използва за прогнозна дейност. Прогнозните резултати показват тенденция на непрекъснато макар и бавно нарастване на средната възраст на майката при раждане на първо дете за всяка от годините на периода до 2005 г.

Това е неблагоприятен момент понеже във високите възрастови групи раждаемостта е по-ниска, смъртността по-висока, което влияе отрицателно върху възпроизводството на населението на страната. Причината за нарастване на средната възраст на майката при раждане на първо дете може да се счита най-често високата степен на безработица, поради което се отива към повишаване на образованието и квалификацията с отлагане раждането на дете в очакване, че икономическата криза ще отmine и разкриването и предлагането на работни места ще се нормализира.

11. Прогнозиране изменението на коефициентите на брачност на населението на страната до 2005 г.

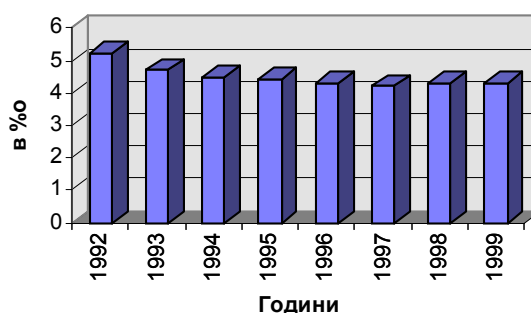
Коефициентите на брачност изразяват броя на сключените бракове, приведени към една календарна година, спрямо 1000 души от средното население за периода. Ще приведем данни за коефициентите на брачност за всяка година от периода 1992-1999 г. в табл. 43 и графично на граф. 11, които ще използваме за прогнозирането им през следващите шест години.

Таблица 43

Коефициенти на брачност² на населението на България за периода 1992-1999 г.

Показател /Години	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Коефициент на брачност (в ‰)	5,2	4,7	4,5	4,4	4,3	4,2	4,3	4,3

Коефициент на брачност на населението за периода 1992-1999 г.



Графика 11

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по *права линия (линейна функция)* при изменение на коефициентите на брачност $[Br(t)]$ за населението на страната по данни от втория ред на табл. 43, са дадени в колона трета на табл. 44:

Таблица 44

Реални и изгладени стойности за $Br(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	Br(t)	t.Br(t)	Br(t)*	Br(t)*-Br(t)	$[Br(t)*-Br(t)]^2$
1992	1	5,2	5,2	4,8750	-0,3250	0,0105625
1993	2	4,7	9,4	4,7643	0,0643	0,0041344
1994	3	4,5	13,5	4,6536	0,1536	0,0235929
1995	4	4,4	17,6	4,5429	0,1429	0,0204204
1996	5	4,3	21,5	4,5466	0,2466	0,0608115
1997	6	4,2	25,2	4,3215	0,1215	0,0147622
1998	7	4,3	30,1	4,2108	-0,0892	0,0079566
1999	8	4,3	34,4	4,1001	-0,1999	0,0399600
Общо	36	35,9	156,9	35,9048	0,0147	0,2339285

² Статистически годишник, НСИ, София 2000, с. 47.

Прилагайки изложената методика се получава нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 44, имаща вида:

$$\begin{cases} 36.a + 8.b = 35,9 \\ 204.a + 36.b = 156,9 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-0,1107$, $b=4,9857$. Тогава линейната функция, използвана за изглаждане на стойностите на коефициентите на брачност за населението на страната, е $y=Br(t)=-0,1107.t+4,9857$. Посредством нея чрез заместване на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 се получават изгладените (теоретичните) стойности на коефициентите на брачност $R(t)$, представени в колона пета на табл. 44, са:

$$\begin{aligned} y(1)=Br(1)_{1992} &= -0,1107.1+4,9857=4,8750\%_00 \quad (\approx 4,9\%_00); \\ y(2)=Br(2)_{1993} &= -0,1107.2+4,9857=4,7643\%_00 \quad (\approx 4,8\%_00); \\ y(3)=Br(3)_{1994} &= -0,1107.3+4,9857=4,6536\%_00 \quad (\approx 4,7\%_00); \\ y(4)=Br(4)_{1995} &= -0,1107.4+4,9857=4,5429\%_00 \quad (\approx 4,5\%_00); \\ y(5)=Br(5)_{1996} &= -0,1107.5+4,9857=4,4322\%_00 \quad (\approx 4,4\%_00); \\ y(6)=Br(6)_{1997} &= -0,1107.6+4,9857=4,3215\%_00 \quad (\approx 4,3\%_00); \\ y(7)=Br(7)_{1998} &= -0,1107.7+4,9857=4,2108\%_00 \quad (\approx 4,2\%_00); \\ y(8)=Br(8)_{1999} &= -0,1107.8+4,9857=4,1001\%_00 \quad (\approx 4,1\%_00). \end{aligned}$$

Тогава сумарната грешка от вторите степени на отклоненията, взета от последния ред на колона седма на табл. 44 е $u=0,2339285$. Изчислената средна квадратична (стандартна) грешка (s), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,2339285}{8}} = 0,1710001.$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по крива линия от втора степен (квадратна функция) при изменение на коефициентите на брачност $[Br(t)]$ за населението по данни от втория ред на табл. 43, са дадени в колона трета на табл. 45:

Таблица 45

Реални и изгладени стойности за $Br(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	Br(t)	t.Br(t)	Br(t)*	Br(t)*-Br(t)	[Br(t)*-Br(t)] ²
1992	1	5,2	5,2	5,2261	0,0261	0,0006812
1993	2	4,7	9,4	4,7993	0,0993	0,0098604
1994	3	4,5	13,5	4,5880	0,0880	0,0774400
1995	4	4,4	17,6	4,3669	-0,0331	0,0010956
1996	5	4,3	21,5	4,2560	-0,0440	0,0019360
1997	6	4,2	25,2	4,2153	0,0153	0,0002340
1998	7	4,3	30,1	4,2448	-0,0552	0,0030470
1999	8	4,3	34,4	4,3445	0,0445	0,0019802
Общо	36	35,9	156,9	35,9048	0,1169	0,0267257

Системата нормални уравнения при изглаждане по квадратна функция (по (2)) има вида:

$$\begin{cases} 204.a + 36.b + 8.c = 35,9 \\ 1296.a + 204.b + 36.c = 156,9 \\ 8772.a + 1296.b + 204.c = 879,5 \end{cases}$$

решенията на която са $a=0,0351$, $b=-0,4268$ и $c=5,5125$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане на стойностите на коефициента на брачност, е $y=Br(t)= 0,0351.t^2-0,4268.t+5,5125$, откъдето изгладените чрез нея стойности, представени в колона пета на табл. 18, са

$$\begin{aligned} y(1)=Br(1)_{1992}&=0,0351.1^2-0,4268.1+5,5125 =5,2261 \quad (\approx 5,2\%); \\ y(2)=Br(2)_{1993}&=0,0351.2^2-0,4268.2+5,5125 =4,7993 \quad (\approx 4,8\%); \\ y(3)=Br(3)_{1994}&=0,0351.3^2-0,4268.3+5,5125 =4,5880 \quad (\approx 4,6\%); \\ y(4)=Br(4)_{1995}&=0,0351.4^2-0,4268.4+5,5125 =4,3669 \quad (\approx 4,4\%); \\ y(5)=Br(5)_{1996}&=0,0351.5^2-0,4268.5+5,5125 =4,2560 \quad (\approx 4,3\%); \\ y(6)=Br(6)_{1997}&=0,0351.6^2-0,4268.6+5,5125 =4,2153 \quad (\approx 4,2\%); \\ y(7)=Br(7)_{1998}&=0,0351.7^2-0,4268.7+5,5125 =4,2448 \quad (\approx 4,2\%); \\ y(8)=Br(8)_{1999}&=0,0351.8^2-0,4268.8+5,5125 =4,3445 \quad (\approx 4,3\%); \end{aligned}$$

Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=0,7204752$, откъдето средната квадратична (стандартна) грешка (s) е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,0267257}{8}} = 0,057799.$$

Сравнението между двете стандартни грешки ($0,1710 > 0,057799$) показва, че е удачно използването на квадратната функция за намиране на прогнозните стойности на коефициентите на брачност. За целта заместваме t със значенията 9, 10, 11, 12, 13 и 14 в квадратната функция $y=Br(t)= 0,0351.t^2-0,4268.t+5,5125$ за да намерим прогнозните резултати за всяка от годините от 2000 до 2005 г., като в тях са включени и 2001 г. тъй като реалните данни за тях не са публикувани до настоящия момент:

$$\begin{aligned} y(9) =Br(9)_{2000} &=0,0351.9^2 - 0,4268.9 +5,5125 =4,5144 \quad (\approx 4,5\%); \\ y(10)=Br(10)_{2001} &=0,0351.10^2-0,4268.10+5,5125 =4,7545 \quad (\approx 4,8\%); \\ y(11)=Br(11)_{2002} &=0,0351.11^2-0,4268.11+5,5125 =5,0648 \quad (\approx 5,1\%); \\ y(12)=Br(12)_{2003} &=0,0351.12^2-0,4268.12+5,5125 =5,4453 \quad (\approx 5,4\%); \\ y(13)=Br(13)_{2004} &=0,0351.13^2-0,4268.13+5,5125 =5,8960 \quad (\approx 5,9\%); \\ y(14)=Br(14)_{2005} &=0,0351.14^2-0,4268.14+5,5125 =6,4169 \quad (\approx 6,4\%); \end{aligned}$$

Получената прогнозна стойност за коефициента на брачност на населението за 1999 г. е $4,3445\%$, а публикуваната стойност е $4,3\%$, което показва несъществено отклонение от $0,0445\%$ и следователно така намерената квадратна функция може да се използва за прогнозна дейност. Получените прогнозни стойности показват нарастване на коефициентите на брачност за всяка от годините от периода от $4,5\%$ през 2000 г. до $6,4\%$ през 2005 г., започнало още от 1998 г., което е важен положителен момент за демографското развитие на населението на страната.

12. Прогнозиране изменението на нето-коефициентите за възпроизводство населението на страната до 2005 г.

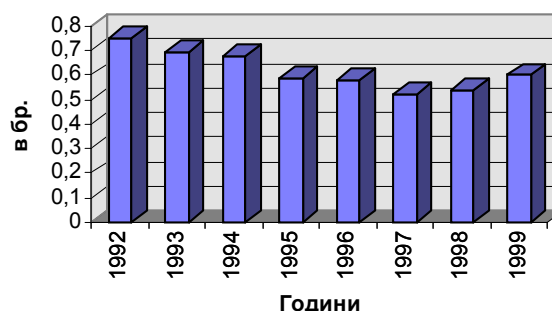
Нето-коэффициентът за възпроизводство на населението изразява средния брой момичета, които една жена би родила през фертилния си период, при условие че повъзрастовата плодовитост и смъртност останат непроменени както през отчетната година. За периода 1992-1999 г. същият бележи тенденция на намаление с изключение на леко увеличение през 1999 г. Ще приведем данни за *нето-коэффициентите за възпроизводство* [NK(t)] за периода 1992-1999 г. в табл. 34 и графично на граф. 12, които ще използваме за прогнозирането им през следващите шест години.

Таблица 46

Нето-коэффициенти за възпроизводство за периода 1992-1999 г.

Показател / Год.	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Нето-коэф. за възпр (в бр.)	0,749	0,691	0,680	0,586	0,581	0,526	0,539	0,600

Нето-коэффициент на възпроизводство за периода 1992-1999 г.



Графика 12

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по *права линия (линейна функция)* при изменение на нето-коэффициентите за възпроизводство [NK(t)] за населението по данни от втория ред на табл. 46, са дадени в колона трета на табл. 47:

Таблица 47

Реални и изгладени стойности за NK(t) и сумарна грешка

Год.	t	NK(t)	t.NK(t)	NK(t)*	NK(t)*- NK(t)	[NK(t)*- NK(t)] ²
1992	1	0,749	0,749	0,768	0,019	0,000361
1993	2	0,691	1,382	0,741	0,050	0,002500
1994	3	0,680	2,040	0,714	0,034	0,001156
1995	4	0,586	2,344	0,687	0,101	0,010201
1996	5	0,581	2,905	0,660	0,079	0,006241
1997	6	0,526	3,156	0,633	0,107	0,011449
1998	7	0,539	3,773	0,606	0,067	0,004489
1999	8	0,600	4,800	0,579	-0,021	0,000441
Общо	36	5,000	21,100	5,008	0,002	0,013076

Прилагайки изложената методика се получава нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 47, имаща вида:

$$\begin{cases} 36.a + 8.b = 5,0 \\ 204.a + 36.b = 21,1 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-0,027$, $b=0,7406$.

Тогава линейната функция, използвана за изглаждане на стойностите на броя на населението, е $y=-0,027.t+0,7406$. При заместване в получената линейна (от първа степен) функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените чрез нея стойности:

$$\begin{aligned} y(1) &= NK(1)_{1992} = -0,027 \cdot 1 + 0,7406 = 0,7136 \text{ бр.}; \\ y(2) &= NK(2)_{1993} = -0,027 \cdot 2 + 0,7406 = 0,6866 \text{ бр.}; \\ y(3) &= NK(3)_{1994} = -0,027 \cdot 3 + 0,7406 = 0,6596 \text{ бр.}; \\ y(4) &= NK(4)_{1995} = -0,027 \cdot 4 + 0,7406 = 0,6326 \text{ бр.}; \\ y(5) &= NK(5)_{1996} = -0,027 \cdot 5 + 0,7406 = 0,6056 \text{ бр.}; \\ y(6) &= NK(6)_{1997} = -0,027 \cdot 6 + 0,7406 = 0,5786 \text{ бр.}; \\ y(7) &= NK(7)_{1998} = -0,027 \cdot 7 + 0,7406 = 0,5516 \text{ бр.}; \\ y(8) &= NK(8)_{1999} = -0,027 \cdot 8 + 0,7406 = 0,5246 \text{ бр.} \end{aligned}$$

Същите са представени в колона пета на табл. 47. В колона шеста са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона седма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=1,0423533$, получена в последния ред на колона седма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s)

се получава по формулата $s = \sqrt{\frac{u}{n}}$, където u е сумата от вторите степени на

отклоненията, а n е броя годините от периода на изследване показателите за населението. Тогава за стандартната грешка при линейно изглаждане се получава

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,013076}{8}} = 0,040429.$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по крива линия от втора степен (квадратна функция) при изменение на нето-коэффициента за възпроизводство $[NK(t)]$ по данни от втория ред на табл. 46, са дадени в колона трета на табл. 48:

Таблица 48

Реални и изгладени стойности за $NK(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	NK(t)	t ²	t.NK(t)	NK(t)*	NK(t)*- NK(t)	[NK(t)*- NK(t)] ²
1992	1	0,749	1	0,749	0,764	0,015	0,000225
1993	2	0,691	4	1,382	0,694	0,003	0,000009
1994	3	0,680	9	2,040	0,638	-0,042	0,001764
1995	4	0,586	16	2,344	0,597	0,011	0,000121
1996	5	0,581	25	2,905	0,570	-0,240	0,057600
1997	6	0,526	36	3,156	0,558	0,032	0,001024
1998	7	0,539	49	3,773	0,560	0,021	0,000441
1999	8	0,600	64	4,800	0,578	-0,022	0,000484
Общо	36	5,000	204	21,100	5,008	0,001	0,004216

Нормалната система уравнения, чиито коефициенти са елементи на втора, трета и четвърта колона от последния ред на табл. 48, има вида:

$$\begin{cases} 204.a + 36.b + 8.c = 5,0 \\ 1296.a + 204.b + 36.c = 21,1 \\ 8772.a + 1296.b + 204.c = 117,3 \end{cases}$$

решенията на която са $a=0,0073$, $b=-0,0924$ и $c=0,8495$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане на стойностите на нето-коефициента за възпроизводство, е $y=0,0073.t^2-0,0924.t+0,8495$.

При заместване в намерената функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените стойности:

$$\begin{aligned} y(1) &= NK(1)_{1992} = 0,0073.1^2 - 0,0924.1 + 0,8495 = 0,7644 \quad (\approx 0,764 \text{ бр.}); \\ y(2) &= NK(2)_{1993} = 0,0073.2^2 - 0,0924.2 + 0,8495 = 0,6939 \quad (\approx 0,694 \text{ бр.}); \\ y(3) &= NK(3)_{1994} = 0,0073.3^2 - 0,0924.3 + 0,8495 = 0,6380 \quad (\approx 0,638 \text{ бр.}); \\ y(4) &= NK(4)_{1995} = 0,0073.4^2 - 0,0924.4 + 0,8495 = 0,5967 \quad (\approx 0,597 \text{ бр.}); \\ y(5) &= NK(5)_{1996} = 0,0073.5^2 - 0,0924.5 + 0,8495 = 0,5700 \quad (\approx 0,570 \text{ бр.}); \\ y(6) &= NK(6)_{1997} = 0,0073.6^2 - 0,0924.6 + 0,8495 = 0,5579 \quad (\approx 0,558 \text{ бр.}); \\ y(7) &= NK(7)_{1998} = 0,0073.7^2 - 0,0924.7 + 0,8495 = 0,5604 \quad (\approx 0,560 \text{ бр.}); \\ y(8) &= NK(8)_{1999} = 0,0073.8^2 - 0,0924.8 + 0,8495 = 0,5775 \quad (\approx 0,578 \text{ бр.}); \end{aligned}$$

Същите са представени в колона шеста на табл. 48. В колона седма са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона осма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията $u=0,0042165$, е получена в последния ред на колона осма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s), получена по показаната формула (3), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,0042165}{8}} = 0,022958.$$

След сравняване на двете стандартни грешки ($0,040429 > 0,022958$) се установява, че по-малка е тази при изглаждане по квадратна функция. Това показва, че изгладените посредством нея стойности са по-близки до реалните стойности за нето-коефициента за възпроизводство и следователно е удачно да се използва същата за прогнозиране на нето-коефициента за възпроизводство за следващите например шест години. За целта заместваме в квадратната функция t със значенията 9, 10, 11, 12, 13 и 14 за да намерим прогнозните резултати за всяка от годините от 2000 до 2005 г. Данните за 2000 и 2001 г. не са публикувани до настоящия момент и затова ги включваме към годините, за които ще се прави прогноза:

$$\begin{aligned} y(9) &= NK(9)_{2000} = 0,0073.9^2 - 0,0924.9 + 0,8495 = 0,6092 \quad (\approx 0,609 \text{ бр.}); \\ y(10) &= NK(10)_{2001} = 0,0073.10^2 - 0,0924.10 + 0,8495 = 0,6555 \quad (\approx 0,656 \text{ бр.}); \\ y(11) &= NK(11)_{2002} = 0,0073.11^2 - 0,0924.11 + 0,8495 = 0,7164 \quad (\approx 0,716 \text{ бр.}); \\ y(12) &= NK(12)_{2003} = 0,0073.12^2 - 0,0924.12 + 0,8495 = 0,7919 \quad (\approx 0,792 \text{ бр.}); \\ y(13) &= NK(13)_{2004} = 0,0073.13^2 - 0,0924.13 + 0,8495 = 0,8820 \quad (\approx 0,882 \text{ бр.}); \\ y(14) &= NK(14)_{2005} = 0,0073.14^2 - 0,0924.14 + 0,8495 = 0,9867 \quad (\approx 0,987 \text{ бр.}); \end{aligned}$$

Получената прогнозна стойност за нето-коэффициента за възпроизводство за 1999 г. е 0,5775 броя момичета, падащи се на една жена през целия й фертилен период, а публикуваната е 0,6 бр., което показва несъществено отклонение от 0,0225 бр. и следователно получената квадратна функция може да се използва за прогнозна дейност. Прогнозните резултати показват тенденция на нарастване макар и с не голям темп на нето-коэффициента за възпроизводство за всяка от тези години, започнало още от 1998 г., което е също един положителен момент.