

ЩЕ ИЗЧЕЗНЕ ЛИ БЪЛГАРСКАТА НАЦИЯ ПРЕЗ ХХІ ВЕК?

гл. ас. д-р Стефан Стефанов
катедра "Математика и статистика"
СА "Д. А. Ценов" - Свищов

Abstract: The present paper focuses on the fluctuations of the main demographic variables of the Bulgarian nation during its transition to a free-market economy and its integration with the developed European countries. This process of integration means to increase the economic level and to adopt a new model of development of the country's economy, which will result in better demographic variables and will help the country survive in the 21st century in spite of the difficulties it faces at present.

This study makes use of the regression method of statistical analysis for the levelling in a straight line (linear function) and in a parable (square function) of the population rate, birth rate, death rate, increase in the population of the country between 1992 and 1999 and between 1992 and 2000. To make the forecasts of these variables we use the one which shows a smaller mean quadratic error. We have come to particular conclusions based on reliable data, published in specialized newsletters of the Nacional Institute of Statistics and on comparisons of the results of the forecasts that have been made applying the regression method of statistical analysis.

JEL classification: C0, J10, J11, J17

Key words: fluctuation, population, free-market economy, demographic variables, regression method of statistical analysis

Резюме: В работата се разглеждат измененията на основните демографски показатели на българската нация при прехода ѝ към пазарна икономика и интегрирането ѝ към икономически развитите страни на Европа. Присъединяването ѝ се очаква да бъде процес на повишаване икономическото равнище и възприемане на нов модел за развитие на икономиката на страната, което ще доведе до подобряване на демографските ѝ показатели и ще спомогне за запазването и оцеляването ѝ през ХХІ век, въпреки изпитваните трудности понастоящем.

Прилага се регресионния статистически анализ за изглаждане по права линия (линейна функция) и по парабола (квадратна функция) на броя на населението, на коефициентите на раждаемост, смъртност и естествен прираст на населението на страната за периода 1992-1999 г. и отделно за периода 1992-2000 г. и използване при прогнозирането на тези показатели на онази от тях, която дава по-малка средна квадратична (стандартна) грешка. Направени са конкретни изводи на основата на ползваните реални данни, публикувани в специализираните издания на НСИ, и получените резултати от извършените прогнози чрез приложението на регресионния статистически анализ се сравняват с тези данни.

В страната през последните години се създаде тежка демографска ситуация. Наблюдаваните тенденции в развитието на демографските процеси обикновено са неблагоприятни. През изминалите десетилетия чрез демографската политика се целеше стимулиране на раждаемостта или ограничаване външната миграция. Въпреки това, над 700 хил. души са заминали в чужбина след 1989 г., една част от които окончателно са напуснали страната, а друга част се очертават като потенциални емигранти. Населението на страната намалява много по-силно през последните десет години от очакваното изменение. Настъпилният процес се определя от дълготрайните тенденции на намаляване раждаемостта, увеличаване смъртността и засилена външна миграция, поради невъзможност за устройване най-често на младите хора на подходяща работа в страната, неудовлетвореност от стандарта на живот и др. причини.

Осъществяваната понастоящем структурна реформа предполага познаване на демографските характеристики на българската нация, тъй като в условията на преход се влошиха демографските фактори, а и обикновено населението се подчинява на свои вътрешни закони на развитие и възпроизводство. Поради това, че на провежданата демографска политика всяка отделна личност реагира със собствени виждания, репродуктивна и жизнена нагласа, структурите на населението много трудно се поддават на въздействие. На различните материални условия, традиционни правила, нов модел на брачност, на емиграционни предизвикателства, хората реагират съответно по различен начин.

Целта на работата е да се направи анализ на състоянието на основните демографски процеси за последните години и да се покаже, че българската нация ще преодолее всички негативни последствия от икономическата криза и ще се съхрани и оцелее през XXI-то столетие.

1. Обосновка на метода за прогнозиране демографските показатели за населението на страната до 2005 г.

За постигане на поставената цел ще използваме регресионния статистически анализ, основаващ се на метода на най-малките квадрати¹, при осъществяване на краткосрочно прогнозиране за развитието на тези демографски процеси през следващите пет-шест години. Изглаждането на данните за броя на населението, на коефициентите на раждаемост, смъртност и на естествен прираст ще се извърши чрез линейна и квадратна функция. При прогнозирането ще се предпочете използването на онази от тях, която удовлетворява критерия, че отклоненията на изгладените от реалните стойности са с по-малка средна квадратична (стандартна) грешка.

Същността на регресионния анализ², за чиято теоретична база служи метода на най-малките квадрати, се основава на необходимото условие за съществуване на локален екстремум при функция на две променливи, че същият се достига в такива стойности на променливите, които анулират първите частни

¹ Виж КРЪСТЕВ, Й. Стефанов, С. Висша математика. Академично издателство "Ценов", Свищов, 1996, с. 247-253.

² ГАТЕВ, К., А. Спасов, Д. Радилков. Обща теория на статистиката и икономическа статистика. Наука и изкуство, София, 1989, с. 192-205.

производни. Посредством тях се получава нормалната система уравнения, която има вида за:

$$\begin{aligned}
 & 1) \text{ линейната функция } y = f(t) = a \cdot t + b^3: \\
 & \left. \begin{aligned}
 (1) \quad & a \cdot \sum_{i=1}^n t_i + n \cdot b = \sum_{i=1}^n y_i \\
 & a \cdot \sum_{i=1}^n t_i^2 + b \cdot \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^n t_i \cdot y_i
 \end{aligned} \right\} , \\
 & 2) \text{ квадратната функция } y = f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c \\
 & \left. \begin{aligned}
 (2) \quad & a \cdot \sum_{i=1}^n t_i^2 + b \cdot \sum_{i=1}^n t_i + n \cdot c = \sum_{i=1}^n y_i \\
 & a \cdot \sum_{i=1}^n t_i^3 + b \cdot \sum_{i=1}^n t_i^2 + c \cdot \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^n t_i \cdot y_i \\
 & a \cdot \sum_{i=1}^n t_i^4 + b \cdot \sum_{i=1}^n t_i^3 + c \cdot \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n t_i^2 \cdot y_i
 \end{aligned} \right\} ,
 \end{aligned}$$

където: n е броя на годините, индексът i=1, 2, 3, ... ,n, а y=f(t) е броя на населението, означаван по-нататък за броя на населението с V(t) и т.н. съответно за останалите показатели

Получената зависимост посредством формулата y=f(t) (в случая от първа или втора степен, тъй като може да се търси или от по-високи степени или от не алгебричен вид, стига да се изведе и приложи съответната нормална система уравнения), е известна като емпирична зависимост, поради това, че е изведена от опитни резултати, а самата формула - емпирична.

2. Прогнозиране броя на населението на страната до 2005 г.

Нека напред приведем данни⁴ за броя на населението на България и някои страни от Централна и Източна Европа, за да проследим развитието му за периода 1992-2000 г.

Таблица 1

Население за периода 1992-2000 г.

Държава / Години	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
България (в млн.)	8,54	8,47	8,44	8,41	8,36	8,31	8,26	8,21	7,95
Гърция (в млн.)	10,32	10,38	10,43	10,45	10,48	10,50	10,52	10,59	10,01
Унгария (в млн.)	10,32	10,29	10,26	10,23	10,19	10,15	10,11	10,07	10,02
Чешка р. (в млн.)	-	10,33	10,34	10,33	10,32	10,30	10,29	10,26	10,27
Украйна (в млн.)	52,06	52,24	52,11	51,73	51,33	50,89	50,50	50,11	49,57

От табл. 1 се вижда, че населението на България намалява непрекъснато в продължение на периода 1992-2000 г., което е резултат на негативното естествено и миграционно движение. За населението на Гърция се наблюдава нарастване от 10,32 млн. души през 1992 г. до 10,52 млн. души през 1999 г., но намалява до 10,01 млн. души през 2000 г. През този период населението на Унгария намалява непрекъснато от 10,32 млн. души до 10,02 млн. души през

³ ТИМЧЕВ, М. Финансово-стопански анализ - София, ТРАКИЯ-М, 1999, с. 30 - 31.

⁴ I n t e r n a t i o n a l Financial Statistics Yearbook, Woshington, August, 2001, p. 310-311.

2000 г. За населението на Чешката република през посочения период е характерно леко нарастване през 1994 г. спрямо 1993 г., след което започва да намалява до 10,27 млн. души през 2000 г. Населението на Украйна нараства само за 1993 г. спрямо 1992 г., но след това намалява до 49,57 млн. през 2000 г.

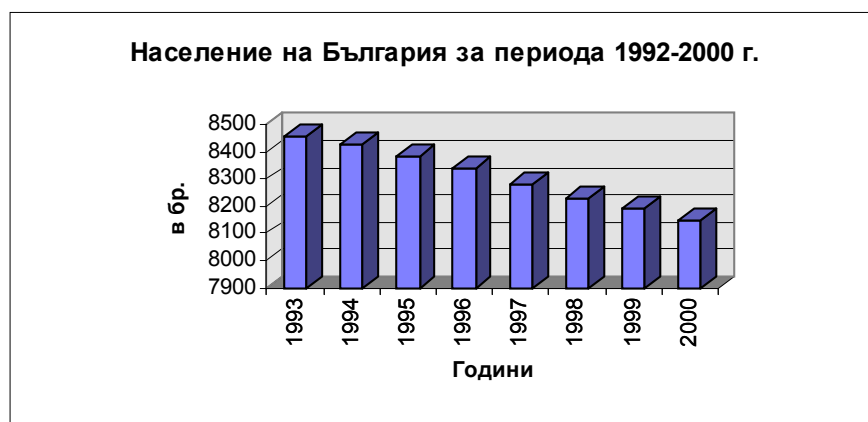
Например (от същия източник) населението на Англия нараства от 58,01 млн. през 1992 г. до 59,50 млн. през 1999 г. и запазва този брой през 2000 г. Населението на Франция нараства от 57,37 млн. през 1992 г. до 59,10 млн. през 1999 г., след което намалява до 58,89 млн. Следователно, може да се направи изводът, че населението на посочените страни намалява или запазва броя си през последните години, което е характерно и за почти всички останали страни на Европа.

Ще се отбележи, че данните⁵ за броя на населението на страната, публикувани в изданията на Националния статистически институт и показани в табл. 2 и графично представени на графика 1, са с несъществено по-малки размери от цитираните в чуждестранния източник. Те също показват намаляване през всяка от годините на периода 1992-2000 г. като общото намаление за този период е 534,9 хил. души.

Таблица 2

Население на България за периода 1992-2000 г.

Показател / Год.	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Насел.(в хил. бр.)	8484,9	8459,8	8427,4	8384,7	8340,9	8283,2	8230,4	8190,9	8149,5



Графика 1

Първи вариант: без данната за броя на населението за 2000 г. за да се използва същата за сравнение с прогнозната стойност за същата година. Изчисленията при приложението на регресионния статистически анализ за изглаждане по *права линия* (линейна функция) при изменение броя на населението [B(t)] по данни от втория ред на табл. 2, са дадени в табл. 3:

Таблица 3

⁵ Н а с е л е н и е 2000. НСИ, София, 2001, с. 10; Статистически годишник, 2001, с. 47.

Реални и изгладени стойности за B(t) и сумарна грешка

Год.	t	B(t)	t. B(t)	B(t)*	B(t)*- B(t)	[B(t)*- B(t)] ²
1992	1	8484,9	8484,9	8503,6667	18,7667	352,18903
1993	2	8459,8	16919,6	8459,8405	-0,0405	0,00164
1994	3	8427,4	25282,2	8416,0143	-11,3857	129,63416
1995	4	8384,7	33538,8	8372,1881	-12,5119	156,54764
1996	5	8340,9	41704,5	8328,3619	-12,5381	157,20395
1997	6	8283,2	49699,2	8284,5357	1,3357	1,78409
1998	7	8230,4	57612,8	8240,7095	10,3095	106,28579
1999	8	8190,9	65526,4	8196,8833	5,9833	35,79989
Общо	36	66802,2	298769,2	66802,2000	0,0000	809,81203

Нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 3, има вида:

$$\begin{cases} 36.a + 8.b = 66802,2 \\ 204.a + 36.b = 298769,2 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-43,8262$, $b=8547,4929$. Тогава линейната функция, използвана за изглаждане на стойностите на броя на населението, е $y=-43,8262.t+8547,4929$. При заместване в получената линейна (от първа степен) функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените чрез нея стойности:

$$\begin{aligned} y(1) &= B(t)_{1992} = -43,8262 \cdot 1 + 8547,4929 = 8503,6667 \quad (\approx 8504 \text{ бр.}); \\ y(2) &= B(t)_{1993} = -43,8262 \cdot 2 + 8547,4929 = 8459,8405 \quad (\approx 8460 \text{ бр.}); \\ y(3) &= B(t)_{1994} = -43,8262 \cdot 3 + 8547,4929 = 8416,0143 \quad (\approx 8416 \text{ бр.}); \\ y(4) &= B(t)_{1995} = -43,8262 \cdot 4 + 8547,4929 = 8372,1881 \quad (\approx 8372 \text{ бр.}); \\ y(5) &= B(t)_{1996} = -43,8262 \cdot 5 + 8547,4929 = 8328,3619 \quad (\approx 8328 \text{ бр.}); \\ y(6) &= B(t)_{1997} = -43,8262 \cdot 6 + 8547,4929 = 8284,5357 \quad (\approx 8285 \text{ бр.}); \\ y(7) &= B(t)_{1998} = -43,8262 \cdot 7 + 8547,4929 = 8240,7095 \quad (\approx 8241 \text{ бр.}); \\ y(8) &= B(t)_{1999} = -43,8262 \cdot 8 + 8547,4929 = 8196,8833 \quad (\approx 8197 \text{ бр.}). \end{aligned}$$

Същите са представени в колона пета на табл. 3. В колона шеста са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона седма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=809,81203$, получена в последния ред на колона седма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s) се получава по формулата

$$(3) \quad s = \sqrt{\frac{u}{n}}$$

където u е сумата от вторите степени на отклоненията, а n е броя годините от периода на изследване показателите за населението. Тогава за стандартната грешка при линейно изглаждане по (3) се получава

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{809,81203}{8}} = 10,061138.$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по крива линия от втора степен (квадратна функция) при изменение на броя на населението $[B(t)]$ по данни от втория ред на табл. 2, са дадени в табл. 4:

Таблица 4

Реални и изгладени стойности а В(t) и сумарна грешка

Год.	t	B(t)	t ²	t · B(t)	B(t)*	B(t)*- B(t)	[B(t)*- B(t)] ²
1992	1	8484,9	1	8484,9	8489,5416	4,6416	21,544451
1993	2	8459,8	4	16919,6	8457,8224	-1,9776	3,910918
1994	3	8427,4	9	25282,2	8422,0674	-5,3326	28,436623
1995	4	8384,7	16	33538,8	8382,2766	-2,4234	5,872868
1996	5	8340,9	25	41704,5	8338,4500	-2,4500	6,002500
1997	6	8283,2	36	49699,2	8290,5876	7,3876	54,576634
1998	7	8230,4	49	57612,8	8238,6894	8,2894	68,714152
1999	8	8190,9	64	65526,4	8182,7554	-8,1446	66,334599
Общо	36	66802,2	204	298769,2	66802,2000	0,00763	255,392660

Нормалната система уравнения, чиито коефициенти са елементи на втора, трета и четвърта колона от последния ред на табл. 4, има вида:

$$\begin{cases} 204 \cdot a + 36 \cdot b + 8 \cdot c = 66802,2 \\ 1296 \cdot a + 204 \cdot b + 36 \cdot c = 298769,2 \\ 8772 \cdot a + 1296 \cdot b + 204 \cdot c = 1626550,8 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-2,0179$, $b=-25,6655$ и $c=8517,225$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане на стойностите на броя на населението, е $y=-2,0179 \cdot t^2-25,6655 \cdot t+8517,225$.

При заместване в намерената функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8, се получават изгладените стойности:

$$\begin{aligned} y(1) &= B(t)_{1992} = -2,0179 \cdot 1^2 - 25,6655 \cdot 1 + 8517,225 = 8489,5416 \quad (\approx 8490 \text{ бр.}); \\ y(2) &= B(t)_{1993} = -2,0179 \cdot 2^2 - 25,6655 \cdot 2 + 8517,225 = 8457,8224 \quad (\approx 8458 \text{ бр.}); \\ y(3) &= B(t)_{1994} = -2,0179 \cdot 3^2 - 25,6655 \cdot 3 + 8517,225 = 8422,0674 \quad (\approx 8422 \text{ бр.}); \\ y(4) &= B(t)_{1995} = -2,0179 \cdot 4^2 - 25,6655 \cdot 4 + 8517,225 = 8382,2766 \quad (\approx 8382 \text{ бр.}); \\ y(5) &= B(t)_{1996} = -2,0179 \cdot 5^2 - 25,6655 \cdot 5 + 8517,225 = 8338,4500 \quad (\approx 8338 \text{ бр.}); \\ y(6) &= B(t)_{1997} = -2,0179 \cdot 6^2 - 25,6655 \cdot 6 + 8517,225 = 8290,5876 \quad (\approx 8291 \text{ бр.}); \\ y(7) &= B(t)_{1998} = -2,0179 \cdot 7^2 - 25,6655 \cdot 7 + 8517,225 = 8238,6894 \quad (\approx 8239 \text{ бр.}); \\ y(8) &= B(t)_{1999} = -2,0179 \cdot 8^2 - 25,6655 \cdot 8 + 8517,225 = 8182,7554 \quad (\approx 8183 \text{ бр.}). \end{aligned}$$

Същите са представени в колона шеста на табл. 4. В колона седма са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона осма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията $u=255,39266$, е получена в последния ред на колона осма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s), получена по показаната формула (3), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{255,39266}{8}} = 5,65014.$$

След сравняване на двете стандартни грешки ($10,061138 > 5,65014$) се установява, че по-малка е тази при изглаждане по квадратна функция.

Това показва, че изгладените посредством нея стойности са по-близки до реалните стойности за броя на населението и следователно е удачно да се използва същата за прогнозиране броя на населението за следващите например пет години. Не включихме данната за 2000 г. за да може да направим сравнение

на получения чрез прогнозата резултат с публикувания брой на населението за същата година. За целта заместяме в квадратната функция t със значенията 9, 10, 11, 12, 13 и 14 за да намерим прогнозните резултати за всяка от годините от 2000 до 2005 г. Данните за 2001 г. не са публикувани до настоящия момент и затова включваме 2001 г. към годините, за които ще се прави прогноза:

$$\begin{aligned}
 y(9) &= B(9)_{2000} = -2,0179 \cdot 9^2 - 25,6655 \cdot 9 + 8517,225 = 8122,7856 \quad (\approx 8123 \text{ бр.}); \\
 y(10) &= B(10)_{2001} = -2,0179 \cdot 10^2 - 25,6655 \cdot 10 + 8517,225 = 8058,7800 \quad (\approx 8059 \text{ бр.}); \\
 y(11) &= B(11)_{2002} = -2,0179 \cdot 11^2 - 25,6655 \cdot 11 + 8517,225 = 7990,7386 \quad (\approx 7991 \text{ бр.}); \\
 y(12) &= B(12)_{2003} = -2,0179 \cdot 12^2 - 25,6655 \cdot 12 + 8517,225 = 7918,6614 \quad (\approx 7919 \text{ бр.}); \\
 y(13) &= B(13)_{2004} = -2,0179 \cdot 13^2 - 25,6655 \cdot 13 + 8517,225 = 7842,5484 \quad (\approx 7843 \text{ бр.}); \\
 y(14) &= B(14)_{2005} = -2,0179 \cdot 14^2 - 25,6655 \cdot 14 + 8517,225 = 7762,3996 \quad (\approx 7762 \text{ бр.}).
 \end{aligned}$$

Получената прогнозна стойност за броя на населението за 2000 г. е 8123 хил. души, а публикуваната е 8149,5 хил. души, което показва несъществено отклонение и следователно получената квадратна функция може да се използва за прогнозна дейност. Прогнозните резултати показват тенденция на намаляване на населението за всяка от тези години, което е един негативен резултат, най-вероятно породен от настъпилата през този период икономическа криза.

Втори вариант: на прогнозата, при условие, че към данните за периода 1992-1999 г. се включи и данната за броя на населението за 2000 г. и се приложи същата методика за изглаждане по линейна функция, резултатите от изчисленията са представени в табл. 5:

Таблица 5

Реални и изгладени стойности за $B(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	B(t)	t.B(t)	B(t)*	B(t)*-B(t)	[B(t)*B(t)] ²
1992	1	8484,9	8484,9	8503,4644	18,5644	344,63695
1993	2	8459,8	16919,6	8459,5344	-0,2656	0,07054
1994	3	8427,4	25282,2	8415,6044	-11,7956	139,13662
1995	4	8384,7	33538,8	8371,6744	-13,0256	169,66626
1996	5	8340,9	41704,5	8327,7444	-13,1556	173,06981
1997	6	8283,2	49699,2	8283,8144	0,6144	0,37749
1998	7	8230,4	57612,8	8239,8844	9,4844	89,95384
1999	8	8190,9	65526,4	8195,9544	5,0544	25,54696
2000	9	8149,5	73345,5	8152,0244	2,5244	6,37260
Общо	45	74949,7	372112,7	74949,6796	-0,1134	1027,08827

Нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 5, има вида:

$$\begin{cases}
 45 \cdot a + 9 \cdot b = 74949,7 \\
 285 \cdot a + 45 \cdot b = 372112,7
 \end{cases}$$

решенията на която са $a = -43,93$, $b = 8547,3944$

Тогава линейната функция, използвана за изглаждане на стойностите на броя на населението, е $y = -43,93 \cdot t + 8547,3944$. При заместване в получената линейна (от първа степен) функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 се получават изгладените чрез нея стойности:

$$y(1) = B(1)_{1992} = -43,93 \cdot 1 + 8547,3944 = 8503,4644 \quad (\approx 8503);$$

$$\begin{aligned}
 y(2) &= B(2)_{1993} = -43,93.2 + 8547,3944 = 8459,5344 \quad (\approx 8460); \\
 y(3) &= B(3)_{1994} = -43,93.3 + 8547,3944 = 8415,6044 \quad (\approx 8416); \\
 y(4) &= B(4)_{1995} = -43,93.4 + 8547,3944 = 8371,6744 \quad (\approx 8372); \\
 y(5) &= B(5)_{1996} = -43,93.5 + 8547,3944 = 8327,7444 \quad (\approx 8328); \\
 y(6) &= B(6)_{1997} = -43,93.6 + 8547,3944 = 8283,8144 \quad (\approx 8284); \\
 y(7) &= B(7)_{1998} = -43,93.7 + 8547,3944 = 8239,8844 \quad (\approx 8240); \\
 y(8) &= B(8)_{1999} = -43,93.8 + 8547,3944 = 8195,9544 \quad (\approx 8196); \\
 y(9) &= B(9)_{2000} = -43,93.9 + 8547,3944 = 8152,0244 \quad (\approx 8152);
 \end{aligned}$$

Същите са представени в колона пета на табл. 5. В колона шеста са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона седма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=1027,08827$, получена в последния ред на колона седма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s) се получава по формула (3):

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{1027,0882}{9}} = 10,682739.$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по крива линия от втора степен (квадратна функция) при изменение на броя на населението $[B(t)]$ по данни от втория ред на табл. 2, включително данната за 2000 г. са дадени в табл. 6:

Таблица 6

Реални и изгладени стойности на $B(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	B(t)	t ²	t · B(t)	B(t)*	B(t)* - B(t)	[B(t)* - B(t)] ²
1992	1	8484,9	1	8484,9	8491,6201	6,7201	45,159744
1993	2	8459,8	4	16919,6	8456,5736	-3,2264	10,409657
1994	3	8427,4	9	25282,2	8418,9891	-8,4109	70,743239
1995	4	8384,7	16	33538,8	8378,8666	-5,8334	34,028556
1996	5	8340,9	25	41704,5	8336,2311	-4,6689	21,798627
1997	6	8283,2	36	49699,2	8291,0076	7,8076	60,958618
1998	7	8230,4	49	57612,8	8243,2711	12,8711	165,665220
1999	8	8190,9	64	65526,4	8192,9966	2,0966	4,395732
2000	9	8149,5	81	73345,5	8140,1841	-9,3159	86,785993
Общо	45	74949,7	285	372112,7	74949,7399	0,0141	531,059700

Нормалната система уравнения, чиито коефициенти са елементи на втора, трета и четвърта колона от последния ред на табл. 6, има вида:

$$\begin{cases}
 285.a + 45.b + 9.c = 74949,7 \\
 2025.a + 285.b + 45.c = 372112,7 \\
 15333.a + 2025.b + 285.c = 2346658,3
 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-1,269$, $b=-31,2395$ и $c=8524,1286$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане на стойностите на броя на населението, е $y=-1,269.t^2-31,2395.t+8524,1286$.

При заместване в намерената функция на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 се получават изгладените стойности:

$$y(1) = B(1)_{1992} = -1,269.1^2 - 31,2395.1 + 8524,1286 = 8491,6201 \quad (\approx 8492 \text{ бр.});$$

$$\begin{aligned}
y(2) &= B(2)_{1993} = -1,269 \cdot 2^2 - 31,2395 \cdot 2 + 8524,1286 = 8456,5736 \quad (\approx 8457 \text{ бр.}); \\
y(3) &= B(3)_{1994} = -1,269 \cdot 3^2 - 31,2395 \cdot 3 + 8524,1286 = 8418,9891 \quad (\approx 8419 \text{ бр.}); \\
y(4) &= B(4)_{1995} = -1,269 \cdot 4^2 - 31,2395 \cdot 4 + 8524,1286 = 8378,8666 \quad (\approx 8379 \text{ бр.}); \\
y(5) &= B(5)_{1996} = -1,269 \cdot 5^2 - 31,2395 \cdot 5 + 8524,1286 = 8336,2311 \quad (\approx 8336 \text{ бр.}); \\
y(6) &= B(6)_{1997} = -1,269 \cdot 6^2 - 31,2395 \cdot 6 + 8524,1286 = 8291,0076 \quad (\approx 8291 \text{ бр.}); \\
y(7) &= B(7)_{1998} = -1,269 \cdot 7^2 - 31,2395 \cdot 7 + 8524,1286 = 8243,2711 \quad (\approx 8243 \text{ бр.}); \\
y(8) &= B(8)_{1999} = -1,269 \cdot 8^2 - 31,2395 \cdot 8 + 8524,1286 = 8192,9966 \quad (\approx 8193 \text{ бр.}).
\end{aligned}$$

Същите са представени в колона шеста на табл. 6. В колона седма са дадени изчислените отклонения на реалните от изгладените чрез линейната функция стойности, а в колона осма са вторите степени на тези отклонения. Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията $u=531,0597$, е получена в последния ред на колона осма. Средната квадратична (стандартна) грешка (s), получена по показаната формула (3), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{531,0597}{9}} = 7,681578.$$

Сумарната грешка при квадратната функция е по-малка, т.е. $10,6827 > 7,6815$. Тогава ще се използва за прогнозна дейност функцията $y=B(t)=-1,269 \cdot t^2 - 31,2395 \cdot t + 8524,1286$.

Чрез нея прогнозната стойност за 2001 г. е 8084,8 хил. души, което е малко в повече от предходната прогнозна стойност, т.е. $y(10)=B(t)_{2001}=8059$ и следователно темпът на намаляване на населението се забавя. Прогнозните стойности за останалите години са:

$$\begin{aligned}
y(11) &= B(11)_{2002} = -1,269 \cdot 11^2 - 31,2395 \cdot 11 + 8524,1286 = 8026,9451 \approx 8027 > 7991; \\
y(12) &= B(12)_{2003} = -1,269 \cdot 12^2 - 31,2395 \cdot 12 + 8524,1286 = 7966,5186 \approx 7967 > 7919; \\
y(13) &= B(13)_{2004} = -1,269 \cdot 13^2 - 31,2395 \cdot 13 + 8524,1286 = 7903,5541 \approx 7904 > 7843; \\
y(14) &= B(14)_{2005} = -1,269 \cdot 14^2 - 31,2395 \cdot 14 + 8524,1286 = 7838,0516 \approx 8027 > 7838.
\end{aligned}$$

Тези данни показват същия извод за непрекъснато намаляване броя на населението през периода на прогнозата 2001-2005 г.

Средната продължителност на живота в България, изчислена на основа данните от периода 1998-2000 г., е 71,7 години. Тя се е повишила в сравнение с периода 1997-1999 г. с 0,7 години, което е един положителен момент. Средната продължителност на живота на жените (75,3 г.) е с около 7 години по-голяма от тази при мъжете (68,2 г.)⁶.

2. Прогнозиране изменението на коефициентите на раждаемост на населението на страната до 2005 г.

⁶ Н а с е л е н и е 2000. НСИ, София, 2001, с. 10.

Ще приведем данни за коефициентите на раждаемост за периода 1992-1999 г. в табл. 7, които ще използваме за прогнозирането им през следващите пет години.

Таблица 7

Коефициенти на раждаемост⁷ на населението на България за периода 1992-1999 г.

Показател /Години	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Коеф. на ражд. (в ‰)	10,4	10,0	9,4	8,6	8,6	7,7	7,9	8,8

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по *права линия (линейна функция)* при изменение на коефициентите на раждаемост [R(t)] за населението на страната по данни от втория ред на табл. 7, са дадени в колона трета на табл. 8:

Таблица 8

Реални и изгладени стойности за R(t) и сумарна грешка

Год.	t	R(t)	t.R(t)	R(t)*	R(t)*-R(t)	[R(t)*-R(t)] ²
1992	1	10,4	10,4	10,0417	-0,3583	0,1283788
1993	2	10,0	20,0	9,7227	-0,2773	0,0768952
1994	3	9,4	28,2	9,4037	0,0037	0,0000136
1995	4	8,6	34,4	9,0847	0,4847	0,2349340
1996	5	8,6	43,0	8,7657	0,1657	0,0274564
1997	6	7,7	46,2	8,4467	0,7467	0,5575608
1998	7	7,9	55,3	8,1277	0,2277	0,0518472
1999	8	8,8	375,2	7,8087	-0,0913	0,9826756
Общо	36	71,4	307,9	307,9016	0,1169	2,0597599

Прилагайки изложената методика (*първи вариант*: без данните за 2000 г., които ще се използват за сравнение) се получава нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 8, имаща вида:

$$\begin{cases} 36.a + 8.b = 71,4 \\ 204.a + 36.b = 307,9 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-0,319$, $b=10,3607$. Тогава линейната функция, използвана за изглаждане на стойностите на коефициентите на раждаемост за населението на страната, е

$$y=R(t)=-0,319.t+10,3607.$$

Посредством нея чрез заместване на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 се получават изгладените (теоретичните) стойности на коефициентите на раждаемост R(t), представени в колона пета на табл. 8, са:

$$\begin{aligned} y(1)=R(1)_{1992} &= -0,319.1+10,3607=10,0417‰ \quad (\approx 10,0‰); \\ y(2)=R(2)_{1993} &= -0,319.2+10,3607= 9,7227‰ \quad (\approx 9,7‰); \\ y(3)=R(3)_{1994} &= -0,319.3+10,3607= 9,4037‰ \quad (\approx 9,4‰); \\ y(4)=R(4)_{1995} &= -0,319.4+10,3607= 9,0847‰ \quad (\approx 9,1‰); \\ y(5)=R(5)_{1996} &= -0,319.5+10,3607= 8,7657‰ \quad (\approx 8,8‰); \\ y(6)=R(6)_{1997} &= -0,319.6+10,3607= 8,4467‰ \quad (\approx 8,4‰); \end{aligned}$$

⁷ Статистически годишник, НСИ, София 2000, с. 47.

$$y(7)=R(7)_{1998}=-0,319.7+10,3607= 8,1277\%_0 \quad (\approx 8,1\%_0);$$

$$y(8)=R(8)_{1999}=-0,319.8+10,3607= 7,8087\%_0 \quad (\approx 7,8\%_0).$$

Тогава сумарната грешка от вторите степени на отклоненията, взета от последния ред на колона седма на табл. е $u=2,0597599$. Изчислената средна квадратична (стандартна) грешка (s), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{2,0597599}{8}} = 0,507415.$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по крива линия от втора степен (квадратна функция) при изменение на коефициентите на раждаемост $[R(t)]$ за населението по данни от втория ред на табл. 7, са дадени в колона трета на табл. 9:

Таблица 9

Реални и изгладени стойности за $R(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	R(t)	t.R(t)	R(t)*	R(t)*-R(t)	$[R(t)*-R(t)]^2$
1992	1	10,4	10,4	10,6667	0,2667	0,0711288
1993	2	10,0	20,0	9,8102	-0,1898	0,0360240
1994	3	9,4	28,2	9,1359	-0,2641	0,0697488
1995	4	8,6	34,4	8,6384	0,0384	0,0014745
1996	5	8,6	43,0	8,3195	-0,2805	0,0786802
1997	6	7,7	46,2	8,1792	0,4792	0,2296326
1998	7	7,9	55,3	8,2175	0,3175	0,1008062
1999	8	8,8	70,4	8,4344	-0,3656	0,1336633
Общо	36	71,4	307,9	71,4058	0,1169	0,7204752

Системата нормални уравнения при изглаждане по квадратна функция (по (2)) има вида:

$$\begin{cases} 204.a + 36.b + 8.c = 71,4 \\ 1296.a + 204.b + 36.c = 307,9 \\ 8772.a + 1296.b + 204.c = 1715,1 \end{cases}$$

решенията на която са $a=0,0893$, $b=-1,1226$ и $c=11,7$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане на стойностите на коефициента на раждаемост, е $y=R(t)=0,0893.t^2-1,1226.t+11,7$, откъдето изгладените чрез нея стойности, представени в колона пета на табл. 9, са

$$y(1)=R(1)_{1992}=0,0893.1^2-1,1226.1+11,7 = 10,6667 \quad (\approx 10,7\%_0);$$

$$y(2)=R(2)_{1993}=0,0893.2^2-1,1226.2+11,7 = 9,8120 \quad (\approx 9,8\%_0);$$

$$y(3)=R(3)_{1994}=0,0893.3^2-1,1226.3+11,7 = 9,1359 \quad (\approx 9,1\%_0);$$

$$y(4)=R(4)_{1995}=0,0893.4^2-1,1226.4+11,7 = 8,6384 \quad (\approx 8,8\%_0);$$

$$y(5)=R(5)_{1996}=0,0893.5^2-1,1226.5+11,7 = 8,3195 \quad (\approx 8,3\%_0);$$

$$y(6)=R(6)_{1997}=0,0893.6^2-1,1226.6+11,7 = 8,1792 \quad (\approx 8,2\%_0);$$

$$y(7)=R(7)_{1998}=0,0893.7^2-1,1226.7+11,7 = 8,2175 \quad (\approx 8,2\%_0);$$

$$y(8)=R(8)_{1999}=0,0893.8^2-1,1226.8+11,7 = 8,4344 \quad (\approx 8,4\%_0);$$

Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=0,7204752$, откъдето средната квадратична (стандартна) грешка (s) е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,7204752}{8}} = 0,300099.$$

Сравнението между двете стандартни грешки ($0,507415 > 0,300099$) показва, че е удачно използването на квадратната функция за намиране на прогнозните стойности на коефициентите на раждаемост. За целта заместяме t със значенията 9, 10, 11, 12, 13 и 14 в квадратната функция $y=R(t)=0,0893.t^2-1,1226.t+11,7$ за да намерим прогнозните резултати за всяка от годините от 2000 до 2005 г., като в тях е включена и 2001 г. тъй като реалните данни за нея не са публикувани до настоящия момент:

$$\begin{aligned} y(9) &=R(9)_{2000}=0,0893.9^2-1,1226.9+11,7=8,8299\%_0 \quad (\approx 8,9\%_0); \\ y(10) &=R(10)_{2001}=0,0893.10^2-1,1226.10+11,7=9,4040\%_0 \quad (\approx 9,4\%_0); \\ y(11) &=R(11)_{2002}=0,0893.11^2-1,1226.11+11,7=10,1569\%_0 \quad (\approx 10,2\%_0); \\ y(12) &=R(12)_{2003}=0,0893.12^2-1,1226.12+11,7=11,0880\%_0 \quad (\approx 11,1\%_0); \\ y(13) &=R(13)_{2004}=0,0893.13^2-1,1226.13+11,7=12,1979\%_0 \quad (\approx 12,2\%_0); \\ y(14) &=R(14)_{2005}=0,0893.14^2-1,1226.14+11,7=13,4864\%_0 \quad (\approx 13,5\%_0). \end{aligned}$$

Получената прогнозна стойност за коефициента на раждаемост на населението за 2000 г. е $8,8299\%_0$, а публикуваната стойност е $9,0\%_0$, което показва несъществено отклонение от $0,1701\%_0$ и следователно така намерената квадратна функция може да се използва за прогнозна дейност. Получените прогнозни стойности показват нарастване на коефициентите на раждаемост за всяка от годините от периода от 2000 г. до 2005 г., започнало още от 1998 г., което е важен положителен момент за населението на страната.

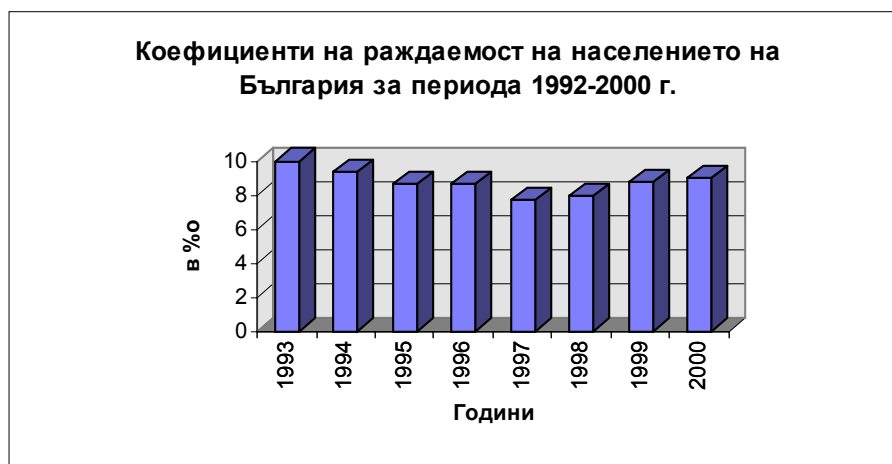
Втори вариант: при условие, че се включи и коефициентът на раждаемост за 2000 г. Данните за тях са приведени в табл. 10:

Таблица 10

Коефициенти на раждаемост⁸ на населението на България за периода 1992-2000 г.

Показател / Години	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Коеф. на раждаемост (в % ₀)	10,4	10,0	9,4	8,6	8,6	7,7	7,9	8,8	9,0

⁸ Статистически годишник, НСИ, София 2000, с. 47; Статистически известия, бр.4, НСИ, 2000, с. 26.



Графика 2

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по права линия (линейна функция) при изменение на коефициентите на раждаемост $R(t)$ за населението на страната по данни от втория ред на табл. 10, са дадени в колона трета на табл. 21:

Таблица 11

Реални и изгладени стойности за $R(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	R(t)	t.R(t)	R(t)*	R(t)*-R(t)	[R(t)*-R(t)] ²
1992	1	10,4	10,4	9,8067	-0,5933	0,3520048
1993	2	10,0	20,0	9,5884	-0,4116	0,1694145
1994	3	9,4	28,2	9,3701	-0,0299	0,0008940
1995	4	8,6	34,4	9,1518	0,5518	0,3044832
1996	5	8,6	43,0	8,9335	0,3335	0,1112222
1997	6	7,7	46,2	8,7152	1,0152	1,0306310
1998	7	7,9	55,3	8,4969	0,5969	0,3562892
1999	8	8,8	70,4	8,2786	-0,5214	0,2718579
2000	9	9,0	81,0	8,0603	-0,9397	0,8830360
Общо	45	80,4	388,9	388,9014	0,1169	3,0931814

Прилагайки изложената методика се получава нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 11, имаща вида:

$$\begin{cases} 45.a + 9.b = 80,4 \\ 285.a + 45.b = 388,9 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-0,2183$, $b=10,025$. Тогава линейната функция, използвана за изглаждане на стойностите на коефициентите на раждаемост за населението на страната, е $y=R(t)=-0,2183.t+10,025$. Посредством нея чрез заместване на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 се получават изгладените (теоретичните) стойности на коефициентите на раждаемост $R(t)$, представени в колона пета на табл. 20, са:

$$y(1)=R(1)_{1992}=-0,2183.1+10,025=9,8067\%_0 \quad (\approx 9,8\%_0);$$

$$\begin{aligned}
 y(2) &= R(2)_{1993} = -0,2183.2 + 10,025 = 9,5884\%_0 \quad (\approx 9,6\%_0); \\
 y(3) &= R(3)_{1994} = -0,2183.3 + 10,025 = 9,3701\%_0 \quad (\approx 9,4\%_0); \\
 y(4) &= R(4)_{1995} = -0,2183.4 + 10,025 = 9,1518\%_0 \quad (\approx 9,2\%_0); \\
 y(5) &= R(5)_{1996} = -0,2183.5 + 10,025 = 8,9335\%_0 \quad (\approx 8,9\%_0); \\
 y(6) &= R(6)_{1997} = -0,2183.6 + 10,025 = 8,7152\%_0 \quad (\approx 8,7\%_0); \\
 y(7) &= R(7)_{1998} = -0,2183.7 + 10,025 = 8,4969\%_0 \quad (\approx 8,5\%_0); \\
 y(8) &= R(8)_{1999} = -0,2183.8 + 10,025 = 8,2786\%_0 \quad (\approx 8,3\%_0); \\
 y(9) &= R(9)_{2000} = -0,2183.9 + 10,025 = 8,0603\%_0 \quad (\approx 8,1\%_0).
 \end{aligned}$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по крива линия от втора степен (квадратна функция) при изменение на коефициентите на раждаемост [R(t)] за населението по данни от втория ред на табл. 10, са дадени в колона трета на табл. 12:

Таблица 12

Реални и изгладени стойности за R(t) и сумарна грешка

Год.	t	R(t)	t.R(t)	R(t)*	R(t)*-R(t)	[R(t)*-R(t)] ²
1992	1	10,4	10,4	10,6667	0,2667	0,0711288
1993	2	10,0	20,0	9,8102	-0,1898	0,0360240
1994	3	9,4	28,2	9,1359	-0,2641	0,0697488
1995	4	8,6	34,4	8,6384	0,0384	0,0014745
1996	5	8,6	43,0	8,3195	-0,2805	0,0786802
1997	6	7,7	46,2	8,1792	0,4792	0,2296326
1998	7	7,9	55,3	8,2175	0,3175	0,1008062
1999	8	8,8	70,4	8,4344	-0,3656	0,1336633
2000	9	9,0	81,0	8,0603	-0,9397	0,8830360
Общо	45	80,4	388,9	388,9014	0,1169	3,4798291

Системата нормални уравнения при изглаждане по квадратна функция (чрез (2)) има вида:

$$\begin{cases}
 285.a + 45.b + 9.c = 80,4 \\
 2025.a + 285.b + 45.c = 388,9 \\
 15333.a + 2025.b + 285.c = 2444,1
 \end{cases}$$

решенията на която са a=0,0945, b=-1,1631 и c=11,7571. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане на стойностите на коефициента на раждаемост, е $y=R(t)=0,0945.t^2-1,1631.t+11,7571$, откъдето изгладените чрез нея стойности, представени в колона пета на табл. 12, са

$$\begin{aligned}
 y(1) &= R(1)_{1992} = 0,0945.1^2 - 1,1631.1 + 11,7571 = 10,6885 \quad (\approx 10,7\%_0); \\
 y(2) &= R(2)_{1993} = 0,0945.2^2 - 1,1631.2 + 11,7571 = 9,8089 \quad (\approx 9,8\%_0); \\
 y(3) &= R(3)_{1994} = 0,0945.3^2 - 1,1631.3 + 11,7571 = 9,1183 \quad (\approx 9,1\%_0); \\
 y(4) &= R(4)_{1995} = 0,0945.4^2 - 1,1631.4 + 11,7571 = 8,6167 \quad (\approx 8,6\%_0); \\
 y(5) &= R(5)_{1996} = 0,0945.5^2 - 1,1631.5 + 11,7571 = 8,3041 \quad (\approx 8,3\%_0); \\
 y(6) &= R(6)_{1997} = 0,0945.6^2 - 1,1631.6 + 11,7571 = 8,1805 \quad (\approx 8,2\%_0); \\
 y(7) &= R(7)_{1998} = 0,0945.7^2 - 1,1631.7 + 11,7571 = 8,2459 \quad (\approx 8,2\%_0); \\
 y(8) &= R(8)_{1999} = 0,0945.8^2 - 1,1631.8 + 11,7571 = 8,5003 \quad (\approx 8,5\%_0); \\
 y(9) &= R(9)_{2000} = 0,0945.9^2 - 1,1631.9 + 11,7571 = 8,9437 \quad (\approx 8,9\%_0).
 \end{aligned}$$

След сравняване на двете стандартни грешки се установява, че тази при квадратната функция е по-малка от тази при линейна функция, т.е. $0,62181 > 0,284888$. Тогава е удачно да се използва квадратната функция $y=R(t)=0,0945.t^2-1,1631.t+11,7571$ за прогнозна дейност. Чрез нея прогнозната стойност за 2001 г. при $t=10$ е $9,5761\%$, което е малко в повече от предходната прогнозна стойност за същата година по квадратна функция, т.е. $y(10)=R(t)_{2001}=0,0893.10^2-1,1226.10+11,7=9,404\%$ и следователно коефициентът на раждаемост бележи тенденция на нарастване с по-голям темп, което е може да се счита за по-оптимистичен вариант. Останалите прогнозни стойности са

$$y(11)=R(t)_{2002}=0,0945.11^2-1,163.11+11,7571=10,3975\% > 10,27\%;$$

$$y(12)=R(t)_{2003}=0,0945.12^2-1,163.12+11,7571=11,4079\% > 11,22\%;$$

$$y(13)=R(t)_{2004}=0,0945.13^2-1,163.13+11,7571=12,6073\% > 12,20\%;$$

$$y(14)=R(t)_{2005}=0,0945.14^2-1,163.14+11,7571=13,9957\% > 13,48\%;$$

Те показват същия извод, че равнището на раждаемост се очаква да се повишава през следващите няколко години при условие, че се запази начинът на изменение такъв, какъвто е бил през периода 1992-2000 г.

6. Прогнозиране изменението на коефициентите на смъртност на населението на страната до 2005 г.

Ще приведем данни за коефициентите на смъртност за периода 1992-1999 г. в табл. 13, които ще използваме за прогнозирането им през следващите шест години.

Таблица 13

Коефициенти на смъртност⁹ на населението на България за периода 1992-1999 г.

Показател /Година	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Коеф.на смъртност(в ‰)	12,6	12,9	13,2	13,6	14,0	14,7	14,3	13,6

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по *права линия (линейна функция)* при изменение на коефициентите на смъртност $[S(t)]$ за населението на страната по данни от втория ред на табл. 13, са дадени в колона трета на табл. 14:

Таблица 14

Реални и изгладени стойности за $S(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	S(t)	t.S(t)	S(t)*	S(t)*-S(t)	[S(t)*-S(t)] ²
1992	1	12,6	12,6	12,8550	0,2550	0,0650250
1993	2	12,9	25,8	13,1100	0,2100	0,0441000
1994	3	13,2	39,6	13,3650	0,1650	0,0272250
1995	4	13,6	54,4	13,6200	0,0200	0,0004000
1996	5	14,0	70,0	13,8750	-0,1250	0,0156250
1997	6	14,7	88,2	14,1300	-0,5700	0,3249000
1998	7	14,3	100,1	14,3850	0,0850	0,0072250
1999	8	13,6	108,8	14,6400	1,0400	1,0816000
Общо	36	108,9	499,5	108,9400	0,2050	1,3824950

⁹Статистически годишник, НСИ, 2000, с. 47.

Прилагайки изложената методика (*първи вариант*: без данните за 2000 г., които ще се използват за сравнение) се получава нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 14, имаща вида:

$$\begin{cases} 36.a + 8.b = 108,9 \\ 204.a + 36.b = 499,5 \end{cases}$$

решенията на която са $a=0,255$, $b=12,6$. Тогава линейната функция, използвана за изглаждане на стойностите на коефициентите на смъртност на населението, е $y=S(t)=0,255.t+12,6$. Посредством нея чрез заместване на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 се получават изгладените (теоретичните) стойности на коефициентите на смъртност $S(t)$, представени в колона пета на табл. 14, са:

$$\begin{aligned} y(1)=S(1)_{1992}&=0,255.1+12,6=12,8550 \quad (\approx 12,9\%); \\ y(2)=S(2)_{1993}&=0,255.2+12,6=13,1100 \quad (\approx 13,1\%); \\ y(3)=S(3)_{1994}&=0,255.3+12,6=12,3650 \quad (\approx 13,4\%); \\ y(4)=S(4)_{1995}&=0,255.4+12,6=13,6200 \quad (\approx 13,6\%); \\ y(5)=S(5)_{1996}&=0,255.5+12,6=13,8750 \quad (\approx 13,9\%); \\ y(6)=S(6)_{1997}&=0,255.6+12,6=14,1300 \quad (\approx 14,1\%); \\ y(7)=S(7)_{1998}&=0,255.7+12,6=14,3850 \quad (\approx 14,4\%); \\ y(8)=S(8)_{1999}&=0,255.8+12,6=14,3640 \quad (\approx 14,4\%). \end{aligned}$$

Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=1,3915791$. Средната квадратична (стандартна) грешка (s), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{1,382495}{8}} = 0,4157064.$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по *крива линия от втора степен (квадратна функция)* при изменение на коефициентите на смъртност $[S(t)]$ за населението по данни от втория ред на табл. 13, са дадени в колона трета на табл. 15:

Таблица 15

Реални и изгладени стойности за $S(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	S(t)	t.S(t)	S(t)*	S(t)*-S(t)	[S(t)*-S(t)] ²
1992	1	12,6	12,6	12,3624	-0,2376	0,0564537
1993	2	12,9	25,8	12,9837	0,0837	0,0070056
1994	3	13,2	39,6	13,4728	0,2728	0,0744198
1995	4	13,6	54,4	13,8297	0,2297	0,0527620
1996	5	14,0	70,0	14,0544	0,0544	0,0029593
1997	6	14,7	88,2	14,1469	-0,5531	0,3059196
1998	7	14,3	100,1	14,1072	-0,1928	0,0371718
1999	8	13,6	108,8	13,9353	0,3353	0,1124260
Общо	36	108,9	499,5	499,4924	0,1169	0,6491078

Системата нормални уравнения при изглаждане по квадратна функция има вида:

$$\begin{cases} 204.a + 36.b + 8.c = 108,9 \\ 196.a + 204.b + 36.c = 499,5 \\ 8772.a + 204.b + 204.c = 2850,9 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-0,0661$, $b=0,8196$ и $c=11,6$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане стойностите на коефициента на смъртност, е $y=S(t)=-0,0661.t^2+0,8196.t+11,6$. Посредством нея чрез заместване на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 се получават изгладените (теоретичните) стойности на коефициентите на смъртност $S(t)$, представени в колона пета на табл. 15, са:

$$\begin{aligned} y(1) &=S(1)_{1992} = -0,0661.1^2 + 0,8196.1 + 11,6 = 12,3624\%_0 \quad (\approx 12,4\%_0); \\ y(2) &=S(2)_{1993} = -0,0661.2^2 + 0,8196.2 + 11,6 = 12,9837\%_0 \quad (\approx 13,0\%_0); \\ y(3) &=S(3)_{1994} = -0,0661.3^2 + 0,8196.3 + 11,6 = 13,4728\%_0 \quad (\approx 13,5\%_0); \\ y(4) &=S(4)_{1995} = -0,0661.4^2 + 0,8196.4 + 11,6 = 13,8297\%_0 \quad (\approx 13,8\%_0); \\ y(5) &=S(5)_{1996} = -0,0661.5^2 + 0,8196.5 + 11,6 = 14,0544\%_0 \quad (\approx 14,1\%_0); \\ y(6) &=S(6)_{1997} = -0,0661.6^2 + 0,8196.6 + 11,6 = 14,1469\%_0 \quad (\approx 14,1\%_0); \\ y(7) &=S(7)_{1998} = -0,0661.7^2 + 0,8196.7 + 11,6 = 14,1072\%_0 \quad (\approx 14,1\%_0); \\ y(8) &=S(8)_{1999} = -0,0661.8^2 + 0,8196.8 + 11,6 = 13,9353\%_0 \quad (\approx 13,9\%_0); \end{aligned}$$

Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=0,649107$, откъдето средната квадратична (стандартна) грешка (s) е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{0,649107}{8}} = 0,284848. \text{ Сравнението между двете стандартни грешки}$$

показва, че е удачно да използваме квадратната функция за намиране на прогнозните стойности на коефициентите на смъртност, тъй като дава по-малка стандартна грешка, т.е. $0,415707 > 0,284848$. За целта заместваем t със значенията 9, 10, 11, 12, 13 и 14 в квадратната функция $y=S(t)=-0,0661.t^2+0,8196.t+11,6$ за да намерим прогнозните резултати за всяка от годините от 2000 до 2005 г., като в интервала е включена и 2001 г. тъй като данните за нея не са публикувани до настоящия момент:

$$\begin{aligned} y(9) &=S(9)_{2000} = -0,0661.9^2 + 0,8196.9 + 11,6 = 13,6312\%_0 \quad (\approx 13,6\%_0); \\ y(10) &=S(10)_{2001} = -0,0661.10^2 + 0,8196.10 + 11,6 = 13,1949\%_0 \quad (\approx 13,2\%_0); \\ y(11) &=S(11)_{2002} = -0,0661.11^2 + 0,8196.11 + 11,6 = 12,6264\%_0 \quad (\approx 12,6\%_0); \\ y(12) &=S(12)_{2003} = -0,0661.12^2 + 0,8196.12 + 11,6 = 11,9257\%_0 \quad (\approx 11,9\%_0); \\ y(13) &=S(13)_{2004} = -0,0661.13^2 + 0,8196.13 + 11,6 = 11,0928\%_0 \quad (\approx 11,1\%_0); \\ y(14) &=S(14)_{2005} = -0,0661.14^2 + 0,8196.14 + 11,6 = 10,1277\%_0 \quad (\approx 10,1\%_0). \end{aligned}$$

Получената прогнозна стойност за коефициента на смъртност на населението за 2000 г. е $13,6312\%_0$, а публикуваната стойност е $14,1\%_0$, което показва неголямо отклонение от $0,4688\%_0$ и следователно така намерената квадратна функция може да се използва за прогнозна дейност. Тенденцията на изменение на коефициентите на смъртност е към намаляване, което е също един важен положителен момент в развитието смъртността на населението на страната.

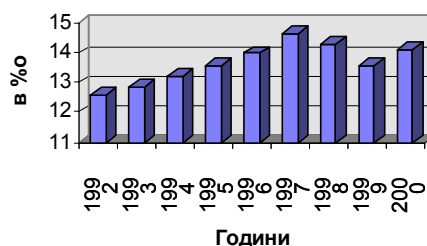
Втори вариант: при условие, че се включи и коефициентът на смъртност за 2000 г. Данните за тях са приведени в табл. 16:

Таблица 16

**Коефициенти на смъртност¹⁰ на населението на България
за периода 1997-2000 г.**

Показател /Години	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Коеф. на смъртн.(в ‰)	12,6	12,9	13,2	13,6	14,0	14,7	14,3	13,6	14,1

**Коефициенти на смъртност на населението на
България за периода 1992-2000 г.**



Графика 3

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по *права линия (линейна функция)* при изменение на коефициентите на раждаемост $[S(t)]$ за населението на страната по данни от втория ред на табл. 16, са дадени в колона трета на табл. 17:

Таблица 17

Реални и изгладени стойности за $S(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	S(t)	t.S(t)	S(t)*	S(t)*-S(t)	$[S(t)*-S(t)]^2$
1992	1	12,6	12,6	12,9067	0,3067	0,0940648
1993	2	12,9	25,8	13,0967	0,1967	0,0386908
1994	3	13,2	39,6	13,2867	0,0867	0,0075168
1995	4	13,6	54,4	13,4767	-0,1233	0,0152028
1996	5	14,0	70,0	13,6667	-0,3333	0,1110888
1997	6	14,7	88,2	13,8567	-0,8433	0,7111548
1998	7	14,3	100,1	14,0467	-0,2533	0,0641608
1999	8	13,6	108,8	14,2367	0,6367	0,4053868
2000	9	14,1	126,9	14,4267	0,3267	0,1067328
Общо	45	123,0	626,4	123,0413	0,1035	1,5540016

Прилагайки изложената методика се получава нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 17, имаща вида:

$$\begin{cases} 45.a + 9.b = 123,0 \\ 285.a + 45.b = 626,4 \end{cases}$$

решенията на която са $a=0,19$, $b=10,7167$. Тогава линейната функция, използвана за изглаждане на стойностите на коефициентите на смъртност за

10 Статистически годишник, НСИ, 2000, с. 47; Статистически известия, бр.4, НСИ, 2000, с. 26.

населението на страната, е $y=S(t)=0,19.t+12,7167$. Посредством нея чрез заместване на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 се получават изгладените (теоретичните) стойности на коефициентите на смъртност $S(t)$, представени в колона пета на табл. 17, са:

$$\begin{aligned} y(1)=S(1)_{1992}&=0,19.1+12,7167=12,9067\%_0 \quad (\approx 12,9\%_0); \\ y(2)=S(2)_{1993}&=0,19.2+12,7167=13,0967\%_0 \quad (\approx 13,1\%_0); \\ y(3)=S(3)_{1994}&=0,19.3+12,7167=13,2867\%_0 \quad (\approx 13,3\%_0); \\ y(4)=S(4)_{1995}&=0,19.4+12,7167=13,4767\%_0 \quad (\approx 13,5\%_0); \\ y(5)=S(5)_{1996}&=0,19.5+12,7167=13,6667\%_0 \quad (\approx 13,7\%_0); \\ y(6)=S(6)_{1997}&=0,19.6+12,7167=13,8567\%_0 \quad (\approx 13,9\%_0); \\ y(7)=S(7)_{1998}&=0,19.7+12,7167=14,0467\%_0 \quad (\approx 14,0\%_0); \\ y(8)=S(8)_{1999}&=0,19.8+12,7167=14,2367\%_0 \quad (\approx 14,2\%_0); \\ y(9)=S(9)_{2000}&=0,19.9+12,7167=14,4267\%_0 \quad (\approx 14,4\%_0). \end{aligned}$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по крива линия от втора степен (квадратна функция) при изменение на коефициентите на смъртност $[S(t)]$ за населението по данни от втория ред на табл. 16, са дадени в колона трета на табл. 18:

Таблица 18

Реални и изгладени стойности за $S(t)$ и сумарна грешка

Год.	t	S(t)	t.S(t)	S(t)*	S(t)*-S(t)	$[S(t)*-S(t)]^2$
1992	1	12,6	12,6	12,4219	-0,1781	0,0317196
1993	2	12,9	25,8	12,9757	0,0757	0,0057304
1994	3	13,2	39,6	13,4257	0,2257	0,0509404
1995	4	13,6	54,4	13,7719	0,1719	0,0295496
1996	5	14,0	70,0	14,0143	0,0143	0,0002044
1997	6	14,7	88,2	14,1529	-0,5471	0,2993184
1998	7	14,3	100,1	14,1877	-0,1123	0,0126112
1999	8	13,6	108,8	14,1187	0,5187	0,2690960
2000	9	14,1	126,9	13,9459	-0,1541	0,0237468
Общо	45	123,0	626,4	123,0317	0,0157	0,7228298

Системата нормални уравнения при изглаждане по квадратна функция (чрез (2)) има вида:

$$\begin{cases} 285.a + 45.b + 9.c = 123,0 \\ 2025.a + 285.b + 45.c = 626,4 \\ 15333.a + 2025.b + 285.c = 3993,0 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-0,0519$, $b=0,7095$ и $c=11,7643$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане на стойностите на коефициентите на смъртност, е $y=S(t)=-0,0519.t^2+0,7095.t+11,7643$, откъдето изгладените чрез нея стойности, представени в колона пета на табл. 18, са

$$\begin{aligned} y(1)=S(1)_{1992}&=-0,0519.1^2+0,7095.1+11,7643=12,4219 \quad (\approx 12,4\%_0); \\ y(2)=S(2)_{1993}&=-0,0519.2^2+0,7095.2+11,7643=12,9757 \quad (\approx 13,0\%_0); \\ y(3)=S(3)_{1994}&=-0,0519.3^2+0,7095.3+11,7643=13,4257 \quad (\approx 13,4\%_0); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y(4) &= S(4)_{1995} = -0,0519 \cdot 4^2 + 0,7095 \cdot 4 + 11,7643 = 13,7719 \quad (\approx 13,8\%); \\
 y(5) &= S(5)_{1996} = -0,0519 \cdot 5^2 + 0,7095 \cdot 5 + 11,7643 = 14,0143 \quad (\approx 14,0\%); \\
 y(6) &= S(6)_{1997} = -0,0519 \cdot 6^2 + 0,7095 \cdot 6 + 11,7643 = 14,1529 \quad (\approx 14,2\%); \\
 y(7) &= S(7)_{1998} = -0,0519 \cdot 7^2 + 0,7095 \cdot 7 + 11,7643 = 14,1877 \quad (\approx 14,2\%); \\
 y(8) &= S(8)_{1999} = -0,0519 \cdot 8^2 + 0,7095 \cdot 8 + 11,7643 = 14,1187 \quad (\approx 14,1\%); \\
 y(9) &= S(9)_{2000} = -0,0519 \cdot 9^2 + 0,7095 \cdot 9 + 11,7643 = 13,9459 \quad (\approx 13,9\%);
 \end{aligned}$$

След сравняване се установява, че стандартната грешка при квадратната функция е по-малка от тази при линейната функция, т.е. $0,415532 > 0,283398$. Тогава е удачно да се използва квадратната функция $y = S(t) = -0,0519 \cdot t^2 + 0,7095 \cdot t + 11,7643$. Чрез нея прогнозната стойност за 2001 г. е $13,6693\%$, което е $0,4307\%$ по-малко от публикуваната реална стойност от $14,1\%$. Следователно същата може да се приеме за близка стойност и да се използва получената квадратна функция за прогнозна дейност. Понеже коефициента на смъртност през 2000 г. бележи нарастване спрямо 1999 г., то и прогнозните стойности ще бъдат малко по-големи от тези, получени без участието на данната за 2000 г., т.е.:

$$\begin{aligned}
 y(10) &= S(t)_{2001} = -0,0519 \cdot 10^2 + 0,7095 \cdot 10 + 11,7643 = 13,6693\% > 12,64\%; \\
 y(11) &= S(t)_{2002} = -0,0519 \cdot 11^2 + 0,7095 \cdot 11 + 11,7643 = 13,2889\% > 12,64\%; \\
 y(12) &= S(t)_{2003} = -0,0519 \cdot 12^2 + 0,7095 \cdot 12 + 11,7643 = 12,8047\% > 11,94\%; \\
 y(13) &= S(t)_{2004} = -0,0519 \cdot 13^2 + 0,7095 \cdot 13 + 11,7643 = 12,2167\% > 11,09\%; \\
 y(14) &= S(t)_{2005} = -0,0519 \cdot 14^2 + 0,7095 \cdot 14 + 11,7643 = 11,5249\% > 10,13\%;
 \end{aligned}$$

но потвърждават същия извод, че равнището на смъртност се очаква да намалява през следващите няколко години при условие, че се запази начинът на изменение на равнището на смъртност такъв, какъвто е бил през периода 1992-2000 г.

7. Прогнозиране изменението на коефициентите на естествен прираст до 2005 г.

Ще приведем данни за коефициентите на естествен прираст за периода 1992-1999 г. в табл. 19, които ще използваме за прогнозирането им през следващите шест години.

Таблица 19

Коефициенти на естествен прираст¹¹ на населението на България за периода 1992-1999 г.

Показател / Години	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Коеф. ест. прираст (в %)	-2,2	-2,9	-3,8	-5,0	-5,4	-7,0	-6,4	-4,8

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по права линия (линейна функция) при изменение на коефициентите на естествен прираст $[EP(t)]$ за населението на страната по данни от втория ред на табл. 19, са дадени в колона трета на табл. 20:

¹¹ Статистически годишник, НСИ, 2000, с. 47.

Таблица 20

Реални и изгладени стойности за EP(t) и сумарна грешка

Год.	t	EP(t)	t.EP(t)	EP(t)*	EP(t)*-EP(t)	[EP(t)*-EP(t)] ²
1992	1	-2,2	-2,2	-2,7833	-0,5833	0,3402388
1993	2	-2,9	-5,8	-3,3273	-0,4273	0,1825825
1994	3	-3,8	-11,4	-3,8713	-0,0712	0,0050694
1995	4	-5,0	20,0	-4,4115	0,5850	0,3422250
1996	5	-5,4	-27,0	-4,9593	0,4407	0,1942164
1997	6	-7,0	-42,0	-5,5033	1,4967	2,2401109
1998	7	-6,4	-44,8	-6,0473	0,3527	0,1243972
1999	8	-4,8	-38,4	-6,5913	-1,7913	1,0816000
Общо	36	-37,5	-191,6	-37,5406	0,1052	6,6372546

Прилагайки изложената методика (*първи вариант*: без данните за 2000 г., които ще се използват за сравнение) се получава нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 20, имаща вида:

$$\begin{cases} 36.a + 8.b = -37,5 \\ 204.a + 36.b = -191,6 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-0,544$, $b=-2,2393$. Тогава линейната функция, използвана за изглаждане на стойностите на коефициентите на смъртност на населението, е $y=EP(t)=-0,544.t - 2,2393$. Посредством нея чрез заместване на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 се получават изгладените (теоретичните) стойности на коефициентите на естествен прираст EP(t), представени в колона пета на табл. 20, са:

$$\begin{aligned} y(1)=EP(1)_{1992} &= -0,544.1 - 2,2393 = -2,7833 & (\approx -2,8\%); \\ y(2)=EP(2)_{1993} &= -0,544.2 - 2,2393 = -3,3273 & (\approx -3,3\%); \\ y(3)=EP(3)_{1994} &= -0,544.3 - 2,2393 = -3,8713 & (\approx -3,9\%); \\ y(4)=EP(4)_{1995} &= -0,544.4 - 2,2393 = -4,4153 & (\approx -4,4\%); \\ y(5)=EP(5)_{1996} &= -0,544.5 - 2,2393 = -4,9593 & (\approx -5,0\%); \\ y(6)=EP(6)_{1997} &= -0,544.6 - 2,2393 = -5,5033 & (\approx -5,5\%); \\ y(7)=EP(7)_{1998} &= -0,544.7 - 2,2393 = -6,0473 & (\approx -6,0\%); \\ y(8)=EP(8)_{1999} &= -0,544.8 - 2,2393 = -6,5913 & (\approx -6,6\%). \end{aligned}$$

Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=6,6372546$. Средната квадратична (стандартна) грешка (s), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{6,6372546}{8}} = 0,910855.$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по крива линия от втора степен (квадратна функция) при изменение на коефициентите на естествен прираст [EP(t)] за населението по данни от втория ред на табл. 19, са дадени в колона трета на табл. 21:

Таблица 21

Реални и изгладени стойности за EP(t) и сумарна грешка

Год.	t	EP(t)	t.EP(t)	EP(t)*	EP(t)*-EP(t)	[EP(t)*-EP(t)] ²
1992	1	-2,2	-2,2	-1,6958	0,5042	0,2542176
1993	2	-2,9	-5,8	-3,1719	-0,2717	0,0738208
1994	3	-3,8	-11,4	-4,3372	-0,5372	0,2885838
1995	4	-5,0	20,0	-4,8141	0,1859	0,0345588
1996	5	-5,4	-27,0	-5,7354	-0,3354	0,1124931
1997	6	-7,0	-42,0	-5,9683	1,0317	1,0644049
1998	7	-6,4	-44,8	-6,8904	-0,4904	0,2404921
1999	8	-4,8	-38,4	-5,5017	-0,7017	0,4923828
Общо	36	-37,5	-191,6	-37,5238	0,1169	2,5824372

Системата нормални уравнения при изглаждане по квадратна функция има вида:

$$\begin{cases} 204.a + 36.b + 8.c = -37,5 \\ 1296.a + 204.b + 36.c = -191,6 \\ 8772.a + 204.b + 204.c = -1135,8 \end{cases}$$

решенията на която са $a=0,1554$, $b=-1,9423$ и $c=0,0911$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане стойностите на коефициента на естествен прираст, е $y=EP(t)=0,1554.t^2-1,9423.t+0,0911$. Посредством нея чрез заместване на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 се получават изгладените (теоретичните) стойности на коефициентите на естествен прираст EP(t), представени в колона пета на табл. 21, са:

$$\begin{aligned} y(1) &= EP(1)_{1992} = 0,1554.1^2 - 1,9423.1 + 0,0911 = -1,6958\%_00 \quad (\approx -1,7\%_00); \\ y(2) &= EP(2)_{1993} = 0,1554.1^2 - 1,9423.1 + 0,0911 = -3,1719\%_00 \quad (\approx -3,2\%_00); \\ y(3) &= EP(3)_{1994} = 0,1554.1^2 - 1,9423.1 + 0,0911 = -4,3372\%_00 \quad (\approx -4,3\%_00); \\ y(4) &= EP(4)_{1995} = 0,1554.1^2 - 1,9423.1 + 0,0911 = -4,8141\%_00 \quad (\approx -4,8\%_00); \\ y(5) &= EP(5)_{1996} = 0,1554.1^2 - 1,9423.1 + 0,0911 = -5,7354\%_00 \quad (\approx -5,7\%_00); \\ y(6) &= EP(6)_{1997} = 0,1554.1^2 - 1,9423.1 + 0,0911 = -5,9683\%_00 \quad (\approx -6,0\%_00); \\ y(7) &= EP(7)_{1998} = 0,1554.1^2 - 1,9423.1 + 0,0911 = -5,8904\%_00 \quad (\approx -5,9\%_00); \\ y(8) &= EP(8)_{1999} = 0,1554.1^2 - 1,9423.1 + 0,0911 = -4,8022\%_00 \quad (\approx -4,8\%_00). \end{aligned}$$

Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=2,5824372$. Средната квадратична (стандартна) грешка (s), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{2,5824372}{8}} = 0,568159.$$

. Сравнението между сумарните грешки при изглаждане по линейна и по квадратна функция показва, че по-малка е тази по квадратна функция, т.е. $0,568159 < 0,910855$. Следователно е удачно да използваме квадратната функция за намиране прогнозните стойности на коефициентите на естествен прираст.

За целта заместваме t със значенията 9, 10, 11, 12, 13 и 14 в квадратната функция $y=EP(t)=0,1554.t^2-1,9423.t+0,0911$ за да намерим прогнозните резултати

за всяка от годините от 2000 до 2005 г. (данните за 2001 г. не са публикувани до настоящия момент):

$$\begin{aligned}
 y(9) &= EP(t)_{2000} = 0,1554 \cdot 9^2 - 1,9423 \cdot 9 + 0,0911 = -4,8022 \quad (\approx -4,8\%); \\
 y(10) &= EP(t)_{2001} = 0,1554 \cdot 10^2 - 1,9423 \cdot 10 + 0,0911 = -3,7919 \quad (\approx -3,8\%); \\
 y(11) &= EP(t)_{2002} = 0,1554 \cdot 11^2 - 1,9423 \cdot 11 + 0,0911 = -2,4708 \quad (\approx -2,5\%); \\
 y(12) &= EP(t)_{2003} = 0,1554 \cdot 12^2 - 1,9423 \cdot 12 + 0,0911 = -0,8389 \quad (\approx -0,8\%); \\
 y(13) &= EP(t)_{2004} = 0,1554 \cdot 13^2 - 1,9423 \cdot 13 + 0,0911 = 1,1038 \quad (\approx 1,1\%); \\
 y(14) &= EP(t)_{2005} = 0,1554 \cdot 14^2 - 1,9423 \cdot 14 + 0,0911 = 3,3573 \quad (\approx 3,4\%).
 \end{aligned}$$

Получената прогнозна стойност за коефициента на естествен прираст на населението за 2000 г. е -4,8022‰, а публикуваната стойност за същия е -5,1‰, което показва несъществено отклонение от 0,2978‰ и следователно така намерената квадратна функция може да се използва за прогнозна дейност. Тенденцията на изменение на коефициентите на естествен прираст е в посока към положителни стойности, което е още един важен положителен момент в очакваното изменение на населението.

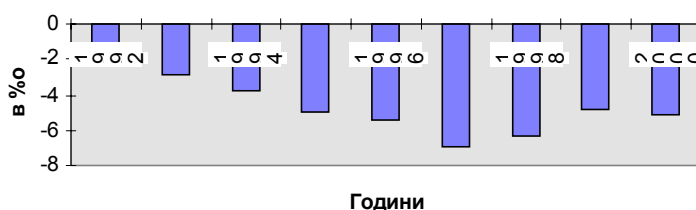
Втори вариант: при условие, че се включи и коефициентът на естествен прираст за 2000 г. Данните са приведени в табл. 22:

Таблица 22

Коефициенти на естествен прираст¹² на населението на България за периода 1992-2000 г.

Показател /Години	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Коеф. на ест. пр. (в ‰)	-2,2	-2,9	-3,8	-5,0	-5,4	-7,0	-6,4	-4,8	-5,1

Коефициенти на естествен прираст на населението на България за периода 1992-2000 г.



Графика 4

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по *права линия (линейна функция)* при изменение на коефициентите на естествен прираст [EP(t)] за населението на страната по данни от втория ред на табл. 22, са дадени в колона трета на табл. 23:

Таблица 23

¹² Статистически годишник, НСИ, София 2000, с. 47; Статистически известия, бр.4, НСИ, 2000, с. 26.

Реални и изгладени стойности за EP(t) и сумарна грешка

Год.	t	EP(t)	t.EP(t)	EP(t)*	EP(t)*-EP(t)	[EP(t)*-EP(t)] ²
1992	1	-2,2	-2,2	-2,7833	-0,5833	0,3402388
1993	2	-2,9	-5,8	-3,3273	-0,4273	0,1825825
1994	3	-3,8	-11,4	-3,8713	-0,0712	0,0050694
1995	4	-5,0	20,0	-4,4115	0,5850	0,3422250
1996	5	-5,4	-27,0	-4,9593	0,4407	0,1942164
1997	6	-7,0	-42,0	-5,5033	1,4967	2,2401109
1998	7	-6,4	-44,8	-6,0473	0,3527	0,1243972
1999	8	-4,8	-38,4	-6,5913	-1,7913	1,0816000
2000	9	-5,1	-45,9	-6,3664	-1,2664	1,6037690
Общо	36	-42,6	-237,5	-37,5406	0,1052	9,2158388

Прилагайки изложената методика се получава нормалната система уравнения от (1), чиито коефициенти са елементите на втора, трета и четвърта колони от последния ред на табл. 32, имаща вида:

$$\begin{cases} 36.a + 8.b = -42,6 \\ 204.a + 36.b = -237,5 \end{cases}$$

решенията на която са $a=-0,4083$, $b=-2,6917$. Тогава линейната функция, използвана за изглаждане на стойностите на коефициентите на смъртност на населението, е $y=EP(t)=-0,4083.t - 2,6917$. Посредством нея чрез заместване на t със значенията 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 се получават изгладените (теоретичните) стойности на коефициентите на естествен прираст EP(t), представени в колона пета на табл. 20, са:

$$\begin{aligned} y(1)=EP(1)_{1992} &= -0,4083.1 - 2,6917 = -3,1000 \quad (\approx -3,1\%_0); \\ y(2)=EP(2)_{1993} &= -0,544.2 - 2,2393 = -3,5083 \quad (\approx -3,5\%_0); \\ y(3)=EP(3)_{1994} &= -0,544.3 - 2,2393 = -3,9166 \quad (\approx -3,9\%_0); \\ y(4)=EP(4)_{1995} &= -0,544.4 - 2,2393 = -4,3249 \quad (\approx -4,3\%_0); \\ y(5)=EP(5)_{1996} &= -0,544.5 - 2,2393 = -4,7332 \quad (\approx -4,7\%_0); \\ y(6)=EP(6)_{1997} &= -0,544.6 - 2,2393 = -5,1415 \quad (\approx -5,1\%_0); \\ y(7)=EP(7)_{1998} &= -0,544.7 - 2,2393 = -5,5498 \quad (\approx -5,5\%_0); \\ y(8)=EP(8)_{1999} &= -0,544.8 - 2,2393 = -5,9581 \quad (\approx -6,0\%_0); \\ y(9)=EP(9)_{2000} &= -0,544.9 - 2,2393 = -6,3664 \quad (\approx -6,4\%_0). \end{aligned}$$

Сумарната грешка от вторите степени на отклоненията е $u=6,6372546$. Средната квадратична (стандартна) грешка (s), е равна на

$$s = \sqrt{\frac{u}{n}} = \sqrt{\frac{9,2158388}{9}} = 1,01192 .$$

Изчисленията при приложението на регресионния анализ за изглаждане по *крива линия от втора степен (квадратна функция)* при изменение на коефициентите на естествен прираст EP(t) за населението по данни от втория ред на табл. 22, са дадени в колона трета на табл. 24:

Таблица 24

Реални и изгладени стойности на EP(t) и сумарна грешка

Год.	t	EP(t)	t.EP(t)	EP(t)*	EP(t)*-EP(t)	[EP(t)*-EP(t)] ²
1992	1	-2,2	-2,2	-1,7333	0,4667	0,2178088
1993	2	-2,9	-5,8	-3,1667	-0,2667	0,0711288
1994	3	-3,8	-11,4	-4,3073	-0,5073	0,2573532
1995	4	-5,0	20,0	-5,1551	-0,1551	0,4557600
1996	5	-5,4	-27,0	-5,7101	-0,3101	0,4446222
1997	6	-7,0	-42,0	-5,9723	1,0277	1,0561673
1998	7	-6,4	-44,8	-5,9417	0,4277	0,1829272
1999	8	-4,8	-38,4	-5,6183	-0,8183	0,6696148
2000	9	-5,1	-45,9	-5,0021	0,0979	0,0095844
Общо	45	-42,6	-237,5	-42,6219	0,0157	2,6119053

Системата нормални уравнения при изглаждане по квадратна функция (чрез (2)) има вида:

$$285.a + 45.b + 9.c = -42,6$$

$$2025.a + 285.b + 45.c = -237,5$$

$$15333.a + 2025.b + 285.c = -1548,9$$

решенията на която са $a=0,1464$, $b=-1,8726$ и $c=-0,0071$. Тогава квадратната функция, използвана за изглаждане на стойностите на коефициентите на смъртност, е $y=EP(t)= 0,1464.t^2-1,8726.t-0,0071$, откъдето изгладените чрез нея стойности, представени в колона пета на табл. 33, са

$$y(1)=EP(1)_{1992}=0,1464.1^2-1,8726.1-0,0071=-1,7333 \quad (\approx -1,7\%_0);$$

$$y(2)=EP(2)_{1993}=0,1464.2^2-1,8726.2-0,0071=-3,1667 \quad (\approx -3,2\%_0);$$

$$y(3)=EP(3)_{1994}=0,1464.3^2-1,8726.3-0,0071=-4,3073 \quad (\approx -4,3\%_0);$$

$$y(4)=EP(4)_{1995}=0,1464.4^2-1,8726.4-0,0071=-5,1551 \quad (\approx -5,2\%_0);$$

$$y(5)=EP(5)_{1996}=0,1464.5^2-1,8726.5-0,0071=-5,7101 \quad (\approx -5,7\%_0);$$

$$y(6)=EP(6)_{1997}=0,1464.6^2-1,8726.6-0,0071=-5,9723 \quad (\approx -6,0\%_0);$$

$$y(7)=EP(7)_{1998}=0,1464.7^2-1,8726.7-0,0071=-5,9417 \quad (\approx -5,9\%_0);$$

$$y(8)=EP(8)_{1999}=0,1464.8^2-1,8726.8-0,0071=-5,6183 \quad (\approx -5,6\%_0);$$

$$y(9)=EP(9)_{2000}=0,1464.9^2-1,8726.9-0,0071=-5,0021 \quad (\approx -5,0\%_0);$$

След сравняване се установява, че стандартната грешка при квадратната функция е по-малка отколкото тази при линейната функция, т.е. $1,01192 > 0,538726$. Тогава е удачно да се използва квадратната функция $y=EP(t)=-0,1484.t^2-1,8726.t-0,0071$. Чрез нея прогнозната стойност за 2000 г. е $-5,0021\%_0$, което е $0,0979\%_0$ по-малко от публикуваната реална стойност от $-5,1\%_0$ и следователно може да се приеме за близка стойност и да се използва получената квадратна функция за прогнозна дейност. Понеже коефициента на смъртност през 2000 г. бележи намаляване спрямо 1999 г., то и прогнозните стойности ще бъдат малко по-малки от тези, получени без участието на данната за 2000 г., т.е.:

$$y(10)=EP(10)_{2001}=0,1464.10^2-1,8726.10-0,0071=-4,0931\%_0 < -3,8\%_0;$$

$$y(11)=EP(11)_{2002}=0,1464.11^2-1,8726.10-0,0071=-2,8913\%_0 < -2,5\%_0;$$

$$y(12)=EP(12)_{2003}=0,1464.12^2-1,8726.12-0,0071=-1,3967\%_0 < -0,8\%_0;$$

$$y(13)=EP(13)_{2004}=0,1464.13^2-1,8726.13-0,0071=0,3907\%<1,1\%;$$

$$y(14)=EP(14)_{2005}=0,1464.14^2-1,8726.14-0,0071=2,4679\%<3,4\%.$$

но потвърждават същия извод, че равнището на естествен прираст се очаква да нараства през следващите няколко години при условие, че се запази начинът на изменение на равнището на раждаемост и смъртност такива, каквито са били през периода 1992-2000 г.

След анализа на данните за естественото движение на населението и съпоставката им със съответните данни за европейските страни се прави изводът, че проблемът за сегашната демографска ситуация е повече сравнително високото равнище на смъртност отколкото равнището на раждаемостта¹³.

*
* *

Основен компонент на естественото движение на населението е раждаемостта. Ще се посочи, че още от началото на предходния век се наблюдава процес на систематично намаляване на раждаемостта, но това намаление рязко се увеличи през последните десет-дванадесет години и коефициентът на раждаемост достигна най-ниско равнище от 7,7‰ през 1997 г. През 1958, 1961 и 1964 г. е регистрирано най-ниско равнище на смъртността в страната, след което започва нейното покачване. През последното десетилетие смъртността е била най-висока през 1997 г. (14,7‰)

Негативните изменения в основните демографски процеси доведоха до отрицателен естествен прираст на населението й след 1990 г., който достига най-ниско равнище от -7,0‰ отново през 1997 г. Вижда се, че 1997 г. се оказва най-неблагоприятна относно естественото движение на населението. Но данните показват още, че след нея има известна промяна, макар и малка, но в положителна посока. При това живородените деца в страната през 2000 г. са 74234, които са с 1388 повече от живородените деца през 1999 г. Те са повече и спрямо всяка година от периода 1995-1999 г., което е още един положителен момент.

Направените изводи за тенденциите на развитие на населението за различни показатели са, че по данни за периода 1992-1997 г. се наблюдава негативно демографско развитие на страната. След 1998 г. се забелязват известни подобрения на показателите, които не са особено големи, но показват съществуваща известна вероятност да доведат до промяна на тенденциите в желаната положителна посока при запазване вида на изменението. Регистрираните през последните три години подобрения на показателите за раждаемост, смъртност и естествен прираст се очаква да бъдат нова основа за бъдещо позитивно демографско развитие на страната, което подсказва, че българската нация има всички основания да се запази и оцелее през XXI век, показано от направените прогнози при описаните условия.

Разсъжденията и изчисленията по прогнозиране показателите за населението на страната за периода 2001-2005 г. по данни за периода 1992-2000 г. ще бъдат изложени по-нататък в следващи части от работата.

¹³ Н а с е л е н и е 2000. НСИ, София, 2001, с. 12.